



Neste número:
Cathcart e a
Macro-Imagineering

Entropia nas
grandes cidades

Reservatório de
óleo com poços
aquecedores:
**escoamento não
isotérmico**

CALIBRE

*Promovendo ciência
de qualidade*

índice

ARTIGOS ORIGINAIS

GALVANIC TRIPARTITE AMAZON RIVER BASIN MACRO-IMAGINEERING

Richard Brook Cathcart

1-8

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO NÃO ISOTÉRMICO EM RESERVATÓRIO DE ÓLEO COM POÇOS AQUECEDORES

Relber Bernardo Lopes, Grazione de Souza, Hélio Pedro Amaral Souto

9-24

PLANEJAMENTO FATORIAL NO EXPERIMENTO DO PÊNDULO SIMPLES

Rafael de Assis Borges, Herbert Antônio Moreira Severino

25-32

ON THE THERMODYNAMICS OF URBAN ENVIRONMENTS: THE THERMAL POTENTIAL OF THE CITIES

Nilo Serpa

33-40



Galvanic Tripartite Amazon River Basin Macro- Imageneering

Richard Brook Cathcart

GEOGRAPHOS, Burbank, California, USA.

Received: _16 August 2018____ / Accepted: __02 September 2018____ / Published: __20 October 2018____.

Abstract: Referencing basic statements on macro-engineering's innovation-phase organization penned separately by Panero and Davidson, *Team Geographos* offers a new global commerce enhancing tripartite transportation macro-project, the postulated Trans-Pacific Brazil-Peru-China Trade Route. The latitudinal TPB-P-CTR may become an economically feasible substitute or supplement to a 21st Century China-supported trans-American railway designed to connect Peru's Pacific Ocean coast with Brazil's Atlantic Ocean coast. In effect, a New World-originated concept that could globalize the developed infrastructure of the entire Amazon River Basin. Whilst certainly remarkably speculative, technically, the suggested TPB-P-CTR could create common destinies (yet still multi-national) for tropic zone of Peru and Brazil, operationalized by substantial financial and technical inputs mainly from China's temperate zone seaport-based communities.

Key words: Global commerce, macro-engineering, tripartite transportation macro-project.

Resumo: Fazendo referência a declarações básicas sobre a organização da fase de inovação da macroengenharia, escritas separadamente por Panero e Davidson, a *Team Geographos* oferece um novo macroprojeto de transporte tripartido que fortalece o comércio global, a postulada Transpacífico Brasil-Peru-China. A latitudinal TPB-P-CTR pode se tornar um substituto ou suplemento economicamente viável para uma ferrovia transamericana com suporte da China do século 21, projetada para conectar a costa do Oceano Pacífico no Peru com a costa do Oceano Atlântico no Brasil; com efeito, um conceito originado no Novo Mundo que poderia globalizar a infraestrutura de toda a bacia do rio Amazonas. Ainda que em grande medida especulativo, do ponto de vista técnico o CTR-TPB sugerido poderia criar destinos comuns, mas ainda multinacionais, para a região do Peru e do Brasil, operacionalizados por substanciais insumos financeiros e técnicos, principalmente das comunidades baseadas em portos da zona temperada da China.

Palavras-chave: Comércio global, macroengenharia, macroprojeto de transporte tripartite.

1. Introduction

The cover-art of the 26 May 2011 issue of the UK's weekly periodical *The Economist* illustrated a

Corresponding Author: Richard Brook Cathcart, *GEOGRAPHOS*, rbcathcart@gmail.com.

supposed machine-fabricated planet Earth metallic skeleton and bolted exterior anthropocentric bioshell are shown as beginning to dislodge under the incessant impact of industrialized Homo sapiens actions during the commonly uncelebrated "Anthropocene" [1]. A techno-centric philosophy of Earth-bioshell management does not deny that alternatives are options, also it posits that humans ought to do without



some unmentionable macro-projects; an outdoor glass-tubed escalator recently bruited to accommodate unfit and elderly tourists to effortlessly and quickly achieve the breathless heights of Machu Picchu is, perhaps, an exemplar bizarre macro-project! Team Geographos refrains from indulgence in zany mind-fancies but, instead, rigorously seeks to hone professional Macro-Imagineering as a design methodology to reform and reframe complex geo-physiological/geo-political situations reflectively so as to jump-start collective creativity in a desired landscape developmental direction; “scalability” is the key function of any particular world regional system intended by its human molders to cause a vast landscape transformation—that is, to reshape an entire landscape into a new operative system anthropogenically [2]. For example, future trans-Arctic Ocean shipping, using the shortest hypothesized crossing from the North Atlantic Ocean through the strategic Bering Strait into the North Pacific Ocean permits circumvention of territorial waters and Exclusive Economic Zones of adjacent ecosystem-nations [3]. And, like Earth’s Southern Hemisphere Polar Zone, the Northern Hemisphere’s Polar Zone will probably become then, as a nearly contemporary regulatory supply-management regime, policed by un-crewed aerial vehicles used in air-fleets owned by competing or complementary ecosystem-country robot flock administrators [4]. “The Beijing-proposed trans-American railway between the Atlantic and Pacific resembles the Pacific Railroad constructed between 1863 and 1869 in the U.S., the difference being that the planned new ‘silk’ transcontinental railway will cut across the Andes and link port cities on the Pacific and Atlantic coasts of Peru and Brazil” [5]. Such an over-arching proposed mid-21st Century infrastructure assets management scheme could also be applied efficiently to the developing Amazon River Basin. In other words, the Trans-Pacific Brazil-Peru-China Trade Route (TPB-P-CTR) can be transformative, rapidly,

intentionally and profoundly resulting from the fair and equitable purchasing applications of money and sophisticated geographically large-scale technologies, done mostly without enforced migration of any human inhabitants of the directly-affected Amazon River Basin and deeply accidented Andes Mountains landscapes within Brazil and Peru [6]. Interestingly, some of the Amazon River Basin’s populace may, or may not, already share ancient genetic kinship with modern-day Polynesia’s extant population [7]! Brazil is homeland to the world’s greatest number of Japanese immigrants.

2. Macro-Imagineering phenomenology

21st Century ecosystem-country infrastructure developmental macro-problems can seem to be intellectually intractable. In part, it is because of diminishment of their news-worthy prevalence that leads many persons to perceive more macro-problems impending their daily lives [8-10]. Most macro-projects are one-of-a-kind temporary endeavors where traditional management principles are inapplicable or unsuitable and where funders reserve the lawful right to cancel any purposeful macro-project for almost any reason since macro-projects require serial years of planning and final installation and because “Macro-engineering investments are preclusive; they imply basic choices among competing systems and values; once in place, they are apt to last a very long time”, according to attorney macro-engineer Frank Paul Davidson (1918-2014) [11]. Therefore, Tropic Zone Macro-Imagineering is the study and outlining plan-preparation for the largest Macro-engineering public-works which educated and technologized groups of people can accomplish at any particular period of time in a specified, delimited and demarcated world-region.

Changes in the range of the Earth’s two Hadley cells as well as the planet’s Walker circulation is causing the Tropic Zone climate regime of the Amazon River

Basin to increase in area, widening about 0.20 of latitude per decade [12]; these significant broadening climate regime range changes are indicated by record-breaking increased Basin flooding event-processes. The idea of the Tropic Zone rain-forest as a vegetation type was first neologized by Andreas Franz Wilhelm Schimper (1856-1901) in *Planzengeographie auf physiologischer Grundlage* (1898). However, unrecognized then, the Amazon River Basin's rain-forest was not pristine, untouched by *Homo sapiens* [13]; in fact, today's rain-forest may really be a tertiary vegetation type [14]! Ages ago, fixed settlements were not precluded from the vicinities of natural Amazon Basin rivers and lakes: for example, on the Belterra Plateau located south of the present-day city of Santarem, Brazil, capacious large natural and small anthropogenic landscape depressions were at once used grouped settlers as freshwater reservoirs. Today, the total drainable Amazon River Basin freshwater storage amounts to approximately 1,766 cubic kilometers, of which about 65% rests on the ground surface [15]. Some 3,680 kilometers from the Amazon River's mouths, Iquitos, Peru, situated at topographic elevation of 104 meters, is currently the world's farthest inland head of navigation for ocean-going vessels—essentially towed or self-propelled big barges—drawing a little more than 4 meters for safe navigation. The engineer-visionary Robert Panero (1928-2001) devised the early-1970s “Amazon Concept”, a proposal to develop seven human-formed low-crested — 10-15 meters-high — networked earthen dams that “...treats the [surface-flowing river freshwater] itself and [widespread homogeneous] flatness of the topography as the biggest assets of the area” [16].

A current consensus opinion *Team Geographos'* members hold is that Panero's river and lake interlinking “Amazon Concept” ought to be thoroughly re-examined because the relatively flat Brazilian Amazon Basin is unfavorable for high-generation

mode hydropower facilities since such renewable energy production requires marked localized elevational gradient at all dam sites. Nevertheless, it would seem ecologically and economically prudent to materialize low-head run-of-river hydropower plants emplaced within systematized earthen embankments suggested by the “Amazon Concept”, thus obviating more disruptive to natural river-flows reinforced-concrete dams emplaced in the Andes Mountains [17]. The Andes mountain range to the west forms about 13% of the Amazon River Basin upstream of Obidos and current permanent infrastructure development plans have the goal of emplacing nearly 50 big dams within the watershed of the often meandering, shallow—less than 2 meters—Ucayali River, a major tributary of the Amazon River.



Figure 1. Robert Panero's astounding “Amazon Concept” including seven interconnected lakes formed

by low-crested earthen dams that can be removed at will to induce the sluicing of accumulated reservoir sediment downstream. Concrete mega-dams sometimes require a decade to install and are indubitably vulnerable to currency volatility, inflation, corporate insolvencies, domestic political and international geopolitical tensions. Panero's smaller, more flexible hydropower macro-projects can be built of dredged earth and prefabricated powerhouses and put online quicker. Anthropogenic earthen barriers are more easily adapted to any subsequent Tropic Zone societal environmental concerns.

A fascinating plus feature for Robert Panero's earthen dams is that they are scalable and removable and, thus, can be utilized to ameliorate sedimentation of shallow lowland reservoirs. Worldwide, more than 82,891 small hydropower plants are reported operating or under construction [18]. Robert Panero's Macro-Imagineering inspiration adopted the fabled "Great Waterways Project of South America" which, if constructed, would bisect South America longitudinally [19]. Aspects of his comprehensive vision appear especially useful in our time due to notable climate regime change, whatever the origin and probable result: namely, the known seasonal inflammability of the Amazon River's floodplain vegetations are a severe existential vulnerability for the Amazon River Basin's remaining rain-forest vegetation [20] and annually pulsing river runoffs are, since 1982, known to be indisputably beneficial related to the complex tasks of lowland Tropic Zone wetland restorationists [21]! Increases in aerial carbon dioxide and higher temperatures can benefit Brazil's commercial soybean, maize and rice production [22]; a large area of South America encircling the unrealistically safeguarded, biodiverse central Amazon River Basin, has been adjudged by demographic experts to be a geographical alternative for future human settlement by, or before, AD 2030 [23] (Figure 1).

3. Trans-Atlantic Ocean Brazil-Africa Trade Route

Obviously latitudinal in prescribed geographical pattern, such a commercial trade route will bisect South America's Tropic Zone landscape; a latitudinal geographical orientation for virtually all industrial infrastructures dependent on the Amazon River's water is a Macro-Imagineering given. Team Geographos and others [24-25] have comprehensively proposed costly intercontinental freshwater pipelines to convey freshwater collected at a mouth of the Amazon River [26] for controlled transport to Africa. The outflow harvested for shipment overseas via pipeline is insufficient to cause any meridional dipole ocean surface temperature anomaly from developing in the equatorial North Atlantic Ocean [27]. Large-volume freshwater carriers generally referred to as Stauber Bags [28] can be used also and these have the practical and preferential advantage of mobility: for instance, such massive towed plastic water-barges may be used during the 21st Century to supply freshwater to Sao Paulo, Brazil and Cape Town, South Africa [29]! Both commercial fresh-water transport systems are innovative, environmentally sound ways of salvaging much-need freshwater, a valuable resource that would otherwise be lost by dilution in the world-ocean. And, each can perform a, perhaps, necessary future task as part of a vaster infrastructure to control the delta mouths of the Amazon River with less massive functional barriers fundamentally dissimilar to those expensively affixed already to The Netherlands' multiple continent river deltas. That is, the popularly postulated global sea-level rise during the 21st Century surely means the Amazon River's salinity front, now about 150 kilometers seaward of its distributaries, may shift closer to mainland South America and, as well, the tidal part of the main-stem river may migrate upstream (pushed further inland) during seasonal low-flow periods than its present-day 1,000 kilometers [30]! To preclude such extensive destruction of the Amazon River Basin's extant vegetations, it seems

prudent to install a large fabric parachute dam on the main stem of the river upstream of its mouths. Figure 2. A dam-regulated Amazon River could foster freshwater exports by closer proximity or connected adjacency to Brazil's technically isolated Amazon River delta.

4. Trans-Pacific Ocean Brazil-Peru-China Trade Route (TPB-P-CTR)

On 15 June 2018, esteemed and designated representatives of the national governments of Brazil, Peru, Bolivia and Paraguay met briefly in Lima, Peru to search for agreement on the realization of a 3,800 to 5,300 kilometer-long bi-oceanic railway that would permit unobstructed cross-continental freight transport. If materialized, the cost to connect Sao Paulo, Brazil and the seaport of Ilo in southern Peru might be as much as 2018 USD \$60 billion. The boldness of this envisioned railroad is evidenced today by the absence of continentalized international rail connections! Railways encouraging tourism are functional—for instance to move tourists close to Machu Picchu [32]. (Since most tourists suffer air-sickness above altitudes of 2,500 meters; China was obligated to air-pressurize its luxurious rolling stock of passenger wagons for its completed Tibet railway.) Referencing Tropic Zone Andes Mountains, non-aerial commercial traffic is almost entirely absent because highway, pipeline and railroads often require long tunnels and numerous bridges [33]. Between 1987 and 2010, the tri-national (Brazil-Peru-Bolivia) region situated in the southwestern Amazon Basin was the essential site for construction work on the Inter-Oceanic Highway [34-35].

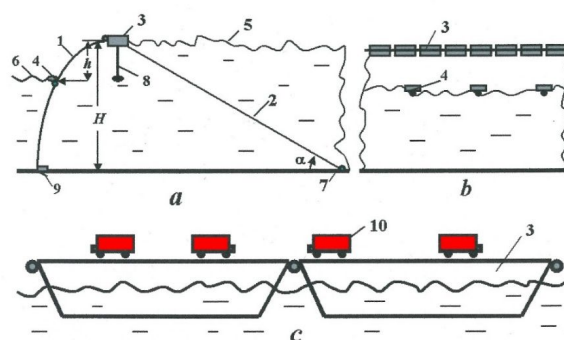


Figure 2. In this illustration #5 signifies the ponded freshwater of the Amazon River situated upstream of an anchored and bulging fabric dam signified by #1. The fabric is impermeable. However, necessary freshwater-releases into the world-ocean, indicated by “6”, must occur as required to maintain structural stability, with articulated barges shown here balanced by pendulum keels, #8. Symbol #3 represents serially well-linked pontoons serving as a transportation bridge, supporting many types of modern high-speed vehicles—trucks, automobiles, buses, standard trains, even superincumbent flexible Hyperloop tubes—to points of origination and destination north and south of the Amazon River but upstream of its distributaries to the Atlantic Ocean. Previously, a similar dam has been proposed to prevent the Mediterranean Sea from equalizing to the potential sea-level of a higher-than-present North Atlantic Ocean during the 21st Century [31] (Figure courtesy Dr. Alexander A. Bolonkin).

Recently enlarged to efficiently pass the enormous bulk cargo and shipping container vessels of modern-day international shipping fleets, the Panama Canal has been supplemented with a profitable parallel route freight-carrying railway [36]! South America's first railroad, designed and built by the macro-engineer Ernest Adam Malinowski (1818-1899), first connected inland Lima and the coastal port of Callao in Peru by 1851. Modernization of this railway has been forecast by the Polytechnic University of Turin, Italy, civil

engineers Bruno Dalla Chiara and Nicola Coviello in their 2018 report “Study of the layout and simulation of the operation of a single-track railway: the project of a transandino tunnel in Peru. A single-line railway: the design of a trans-Andean tunnel in Peru”¹.

“The Concorde supersonic airplane operated scheduled services from 1976 until 2003 when it was honorably retired. The first corporation to order the Concorde, Panair do Brazil, reserved three of the prospective speedy aircraft from 24 July 1963 until March 1973; the Amazon River port of Manaus was intended to be one of its destinations” [37]. With the early-21st Century final development of hypersonic vehicles with aircraft-like access to outer space, the +17,000-kilometer expanse separating the seaport of Callao from Shanghai, China will be trivialized in terms of flight time! Even ocean-going container ships are slated for almost total robotization by major commercial operators before 2025. Surprisingly, Space Elevators [38] are proposed as yet an even cheaper means to exploit the voluminous extraterrestrial realm of outer space and which may have a base-station at Macapá, Brazil. But, let’s get back to Earth! Since quite large ships can presently reach Manaus and smaller ships can reach Iquitos at 104 meters elevation and populated by 400,000+ persons, it seems shallow-draft barges can navigate upstream on the Ucayali River almost 1,600 kilometers (Figure 3).

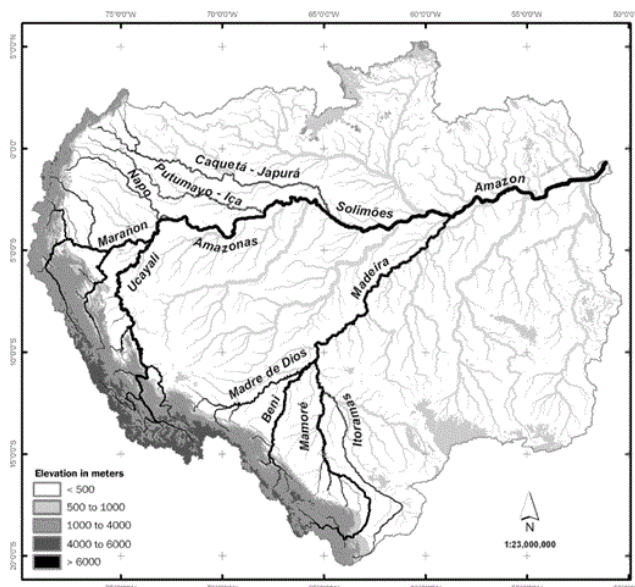


Figure 2. A view of the Amazon basin and its potential of navigability.

5. Final Remarks

The straight-line distance between Pucallpa, Peru, situated on a tributary of the Amazon River named Ucayali River, and Callao, the extant primary seaport of Peru facing the un-placid Pacific Ocean, is about 500 kilometers. How will it become possible and economical to move all 21st Century Brazilian exports destined for Asia to be shifted from the Amazon River Basin to the river-port of Pucallpa, Peru then transported overland by encapsulated-freight delivery Hyperloop? To be sure, some wily proponents of mediatized Macro-Imagineering are adept at playing to the egos of governmental and corporate decision-makers by promising breakthroughs during their popular public reign whilst downplaying the technical unknowns that must be surmounted. (Team Geographos eschews such persons!) Callao was completely demolished by tsunami in 1746 but it has adopted macro-engineering measures to forestall any future catastrophe of that scale. The barely navigable Ucayali River can be dredged but it could also be the watery route for an over-freshwater intermodal Hyperloop mimicking the 2015-completed highway

¹ Via the www, please GOTO:
<http://webthesis.biblio.polito.it/id/eprint/8251>.

that now links Xingshang County and the Zhaojun Bridge in Hubei Province, China. Whilst technical specifications for Hyperloop installations remain to be fully calculated and prototyped, most advisors allege the closed-guideway (tube) can have a greater than 0.1% grade—that is, steepness of approximately one meter per linear kilometer.

In the Portuguese language “macro-engineering” is “macroengenharia” and in the Spanish language it is “macroingeniería”. So, Macro-Imagineering’s professionals in Brazil and Peru ought not to have much difficulty in communicating their conceptions, plans and instigations! Genetic research and recorded history have established as fact that the Andes Mountains were breached centuries ago insofar as the movement of living humans and human-valued cargoes is concerned. For Team Geographos, the Amazon River Basin intimates its future 21st Century role in commerce as a “Wish Fulfilment Hub” with industrialization eventually converting the region into Asia’s “Amazon.com” raw material and finished product resource worksite-warehouse!

References

- [1] Lenton, T.M and Latour, B. 2018. “Gaia 2.0” *Science* 361: 1066-1068.
- [2] Peloggia, A.U.G. 2018. “The Rock Cycle of the Anthropocene: Inserting Human Agency into the Earth System” *Revista do Instituto Geologico, Sao Paulo* 39: 1-13.
- [3] Stephenson, S.R. et al. 2018. “Climatic Responses to Future Trans-Arctic Shipping” *Geophysical Research Letters* 45: 1-11.
- [4] Mustafa, O. et al. 2018. “State of knowledge: Antarctic wildlife response to unmanned aerial systems” *Polar Biology* 41: 2387-2398.
- [5] Nobis, Adam 2017 “The New Silk Road, Old Concepts of Globalization, and New Questions” *Open Cultural Studies* 1: 206.
- [6] Santos-Granero, F. 2002. “Boundaries are made to be crossed: The magic and politics of the long-lasting Amazon/Andes Divide” *Identities: Global Studies in Culture and Power* 9: 545-569.
- [6] Anderson, E.P. et al. 2018. “Fragmentation of Andes-to-Amazon connectivity by hydropower dams” *Science Advances* 4: eaao1642.
- [7] Skoglund, P. et al. 2015. “Genetic evidence for two founding populations of the Americas” *Nature* 525: 104-108.
- [8] Levari, D.E. et al. 2018. “Prevalence-induced concept change in human judgment” *Science* 360(6396): 1465-1467.
- [9] Allan, J.A. 1983. “Natural resources as national fantasies” *Geoforum* 14: 243-247.
- [10] Locatelli, G. et al. 2017. “Corruption in public projects and megaprojects: There is an elephant in the room!” *International Journal of Project Management* 35: 252-268.
- [11] Davidson, F.P. 1983. “Macro-Engineering: An International Perspective” *Space Solar Power Review* 4: 66.
- [12] Barichivich, J. et al. 2018. “Recent intensification of Amazon flooding extremes driven by strengthened Walker circulation” *Science Advances* 4: eaat8785.
- [13] Lewis, C. et al. 2017. “Persistent effects of pre-Columbian plant domestication on Amazon forest composition” *Science* 355: 925-931.
- [14] Tregidgo, D.J. et al. 2017. “Rainforest metropolis casts 1,000 km defaunation shadow” *Proceedings of the National Academy of Sciences [USA]* 114: 8655-8659.
- [15] Tourian, M.J. et al. 2018. “The Total Drainable Water Storage of the Amazon River Basin: A First Estimate Using GRACE” *Water Resources Research* 54((5). <https://doi.org/10.1029/2017WR021674>.
- [16] Panero, R. 19 July 1972. “The Amazon—A Catalytic Approach to Development” *Hudson Institute-1664-RR*. 26 pages.
- [17] Forsberg, B.R. et al. 2017. “The potential impact of new Andean dams on Amazon fluvial ecosystems” *PLOS ONE* 12: e0182254.

- [18] Couto, T.B.A and Olden, J.D. 2018. "Global proliferation of small hydropower plants—science and policy". *Frontiers in Ecology and the Environment*. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/fec.1746/abstract?campaign=wolcarlyview>.
- [19] Gioia, C.J. 1987. "The Great Waterways project of South America" *Project Appraisal* 2: 243-250.
- [20] Flores, B.M. et al. 2017. "Floodplains as an Achilles' heel of Amazonian forest resilience" *Proceedings of the National Academy of Sciences [USA]* 114: 4442-4446.
- [21] Junk, W.J. 1999. "The flood pulse concept of large rivers: Learning from the tropics" *Archiv für Hydrobiologie* 115: 261-280.
- [22] Mariani, L. 2017. "Carbon plants nutrition and global food security". *The European Physical Journal Plus* 132: 69.
- [23] Forman, R.T.T. and Wu, J. 2016. "Where to put the next billion people". *Nature* 537: 608-611.
- [24] Badescu, V., Isvoranu D. and Cathcart, R.B. 2009. "Transatlantic Freshwater Aqueduct". *Water Resources Management* 24L 1645-1675,
- [25] Cedeno, B.O.B. April 2009. "Economic valuation of two technologies to import water. A case study of Morocco". *UNESCO-IHE Institute for Water Education MSc Thesis WM.09.04*.
- [26] Ward, N.D. et al. 2018. "The Amazon River's Ecosystem: Where Land Meets the Sea". *EOS Earth and Space Science News* 99: 2933.
- [27] Jahfer, S. et al. 2018. "Long-term impact of Amazon River runoff on northern hemisphere climate". *Scientific Reports* 7: 10989.
- [28] Cathcart, R.B., Finkl, C.W. and Badescu, V. 2011. "Antarctica-to-Western Australia Liquid Freshwater Shipments Using Stauber Bags in a Paternoster-Like Transfer System: Inaugurating a Southern Ocean Antidrought Action Sea-Lane". *Journal of Coastal Research* 27: 1005-1018.
- [29] Muller, M. 2018. "Lessons from Cape Town's drought". *Nature* 559: 174-176.
- [30] Hoitink, A.J.F. and Jay, D.A. 2016. "Tidal river dynamics: Implications for deltas". *Reviews of Geophysics* 54: 240-272.
- [31] Cathcart, R.B., Macro-Imagineering our Dosmozoicum , Lambert Academic Press (2018) page 144.
- [32] Allis, T. et al. 2016. "Railway for Tourism in South America: An approach on its Uses". *Journal of Traffic and Transportation Engineering* 4: 339-349.
- [33] Borsdorf, A. and Stadel, C.. "The Andes Transport Space". Pages 259-284 IN *The Andes: A Geographical Portrait*. Springer International Publishing (2015).

Simulação Numérica de Escoamento Não Isotérmico em Reservatório de Óleo com Poços Aquecedores

Relber Bernardo Lopes

Engenharia Mecânica, Instituto Politécnico, UERJ, Brasil.

Grazione de Souza

Departamento de Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, UERJ, Brasil.

Helio Pedro Amaral Souto

Departamento de Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, UERJ, Brasil.

Abstract: Enhanced recovery for heavy oil reservoirs only occurs using a method of energy supplementation, like water injection or a thermal method. For thermal methods, traditionally there are steam injection, hot water injection and the *in-situ* combustion. However, thermal methods named non-conventional, such as electromagnetic heating, form a new group of oil recovery methods. In this work, we use numerical reservoir simulation in order to study a non-conventional thermal method using the so-called well heaters. We consider a two-dimensional non-isothermal single-phase flow of slightly compressible oil. In order to determine the pressure and temperature of the reservoir, we employ the finite differences method, a totally implicit numerical scheme, and an operator splitting. The results show that the heating technique considered can be used to enhance heavy oil recovery by maintaining the reservoir pressure high for a long period when compared to the other strategies.

Key words: Finite differences method, non-isothermal flow, operator splitting, reservoir simulation, well heaters.

Resumo: A recuperação aprimorada de reservatórios de óleo pesado só ocorre mediante um método de suplementação de energia, tal como a injeção de água ou a aplicação de um procedimento térmico. Para procedimento térmicos, tradicionalmente há injeção de vapor, injeção de água quente e combustão *in-situ*. No entanto, os procedimentos térmicos denominados não convencionais, como o aquecimento eletromagnético, formam um novo grupo de técnicas de recuperação de óleo. Neste trabalho, utilizamos simulação numérica de reservatórios para estudar um procedimento térmico não convencional usando os chamados aquecedores de poços. Consideramos um fluxo monofásico não-isotérmico bidimensional de óleo ligeiramente compressível. Para determinar a pressão e a temperatura do reservatório, empregamos o método das diferenças finitas, além de um esquema numérico totalmente implícito e um fracionamento de etapas. Os resultados mostram que a técnica de aquecimento considerada pode ser usada para melhorar a recuperação de petróleo pesado, mantendo a pressão do reservatório alta por um longo período em comparação com as outras estratégias.

Palavras-chave: Método das diferenças finitas, fluxo não-isotérmico, fracionamento de etapas, simulação de reservatório, aquecedores de poços.

Corresponding author: Grazione de Souza, gsouza@iprj.uerj.br

Received: 10 May 2018 / Accepted: 04 July 2018 / Published: 20 October 2018.

1 Introdução

Na indústria do petróleo há uma classificação das fases de recuperação de hidrocarbonetos, que se originou na sequência cronológica na qual os métodos de recuperação são tradicionalmente aplicados. Na recuperação primária, primeira fase, a produção ocorre usando a energia inicialmente presente no reservatório. Após esta etapa, na recuperação secundária ocorre a injeção de um fluido imiscível (água ou gás) para suplementar a energia no reservatório e possibilitar a recuperação do óleo ainda presente no reservatório. Em seguida, na recuperação terciária, métodos avançados são aplicados (*Enhanced Oil Recovery*, EOR), tais como a injeção de fluidos miscíveis, de fluidos aquecidos, de polímeros e até mesmo de agentes biológicos [1, 2].

A classificação das fases baseada exclusivamente na cronologia tem sofrido alterações. De fato, o que é mais importante do que uma dada nomenclatura, ou uma cronologia, é a escolha de um método com viabilidade técnico-econômica. Neste contexto, estuda-se aqui um método térmico não convencional, indicado para a recuperação de óleos pesados.

1.1 Classificação dos tipos de óleo

Ao longo das décadas de atividades da indústria do petróleo, buscou-se e aproveitou-se diversos tipos de fontes de hidrocarbonetos. Uma primeira divisão separa as ocorrências das fases líquida e gasosa nas condições de reservatório, respectivamente, tratando-se do óleo e do gás natural. Os óleos são classificados correntemente em função de sua densidade de hidrocarbonetos e da sua capacidade de fluir. Uma escala usada para indicar a massa específica do óleo é o Grau API (API Gravity) criada pelo *American Petroleum Institute*, calculado como

$$API = \left(\frac{141,5}{d_{60/60^\circ F}} \right) - 131,5, \quad (1)$$

onde $d_{60/60^\circ F}$ é a densidade do óleo a 60 graus Fahrenheit [1] com relação à água (na mesma temperatura). A escala API é medida em graus e permite definir o tipo de óleo presente no reservatório [3].

O cenário de produção e de posterior tratamento nas refinarias é, geralmente, favorecido quando da ocorrência de óleo leve. Para vazões de produção iguais, por serem menos viscosos, o escoamento ocorre com um menor gradiente de pressão para um óleo leve em comparação com um óleo pesado, preservando-se, assim, por mais tempo a energia do reservatório. No entanto, na natureza a quantidade de reservatórios nos quais o óleo é leve é diminuta, em relação ao número de jazidas contendo óleos com viscosidade mais elevada. Estes incluem reservas de petróleo bruto viscoso, areias asfálticas e xisto betuminoso. A Agência Internacional de Energia (IEA) estima que existam cerca de 6 trilhões de barris, oriundos de tais recursos, em todo o mundo [4].

De fato, existem dificuldades extras ao se recuperar o óleo pesado e o betume de certos meios geológicos, tais como as grandes profundidades, o elevado contraste de heterogeneidades e a alta quantidade de xisto, assim como os reservatórios nos quais a água é a fase não-molhante, requerendo-se, então, técnicas diferentes das dos métodos convencionais térmicos e de injeção de água/vapor [5]. De acordo com Rangel-German et al. (2004) [6], uma quantidade superior a 4 bilhões de barris de petróleo foi recuperada nos Estados Unidos como resultado de operações de recuperação térmica, principalmente a injeção de vapor.

Ao contrário de uma operação de injeção de água, na qual o óleo é deslocado pela água, o método de recuperação térmica não necessariamente depende do contato entre o fluido injetado e o óleo. Por meio da combinação da transferência de calor por condução e advecção, o aumento de temperatura pode atingir grandes regiões do reservatório. O aumento da temperatura conduz a uma combinação da redução da viscosidade do óleo, expansão térmica do óleo e da modificação da molhabilidade da rocha reservatório [7]. Em função da quantidade expressiva de óleo que vem sendo recuperada com o auxílio de métodos térmicos, verificou-se um notável aumento da pesquisa e do desenvolvimento destes métodos de recuperação.

1.2 Métodos térmicos na recuperação de hidrocarbonetos

Conforme Kovscek (2012) [7], o aumento de temperatura do óleo bruto diminui a sua viscosidade melhorando as suas fluidez e mobilidade dentro do reservatório, uma vez que o aquecimento do reservatório tem influência direta nas propriedades do óleo como, por exemplo, na massa específica e na viscosidade. Portanto, a recuperação do óleo é aumentada, sendo que uma característica específica deste método é a capacidade de se atingir poros não conectados aos poços injetores, devido ao fenômeno da condução de calor. Contudo, em termos de transferência de calor, claramente os efeitos devidos à advecção ocorrem mais rapidamente. Já foi constatado que a taxa transferência de calor por advecção pode ser até 10 vezes maior do que a taxa de transferência por condução, na maioria dos cenários em que a permeabilidade absoluta alcançava valores na faixa de 0,01 mD [7].

Métodos térmicos são apropriados para reservatórios com óleo variando entre 8° e 22° API e viscosidade entre 0,1 e 10 Pa.s, ou para reservatórios com a permeabilidade muito baixa. O princípio dos métodos de aquecimento de reservatórios é, conforme já dito, o de causar um aumento na temperatura do óleo com a intenção de diminuir a sua viscosidade de modo a facilitar o seu escoamento [8]. Segundo Bera e Babadagli (2015) [9], como alternativas tem-se a injeção de água aquecida (*hot water flooding*), a injeção de vapor (*steam injection*) e a combustão *in-situ*, sendo esses métodos térmicos considerados convencionais. O método de combustão *in-situ* é o mais usado na recuperação de óleo pesado e betume.

Na combustão *in-situ*, ar é injetado no reservatório e, utilizando-se um dispositivo de ignição, inflama-se parte do óleo presente no reservatório, ocasionando uma transferência de calor. A frente de calor progride, conforme o ar é injetado, e os gases gerados na combustão aumentam a recuperação de óleo. Este processo também é chamado de *fire flooding*.

Outros métodos térmicos incluem a injeção de vapor, sendo que os três métodos mais comuns neste grupo são a injeção cíclica, a injeção contínua (*steam flooding*) e a técnica SAGD (*Steam Assisted Gravity Drainage*). A injeção cíclica de vapor consiste de três etapas: a injeção do vapor na localização de um poço de produção para um dado intervalo de tempo, o período de imersão e a posterior produção de óleo. O vapor é primeiro injetado dentro de um poço, por um determinado período de tempo, para aquecer o óleo em torno dele, reduzir a sua viscosidade e mobilizar o fluido do reservatório. No processo de injeção contínua, o vapor é injetado através de poços de injeção. Dois mecanismos atuam para melhorar a quantidade de óleo recuperado: o aquecimento do óleo para diminuir a sua viscosidade, de modo que ele possa fluir mais facilmente através da formação para os poços de produção, e o mecanismo de deslocamento por volume, que é semelhante ao de injeção de água (*water flooding*), em que o óleo é empurrado para os poços de produção. Embora uma maior quantidade de vapor seja necessária para esse método, do que para o método cíclico, ele é normalmente mais eficaz na recuperação do óleo. No caso do SAGD, vapor a alta pressão é continuamente injetado em um poço horizontal para aquecer o óleo e reduzir a sua viscosidade. O óleo aquecido é, então, drenado para uma localização inferior, por onde ele é produzido [9].

1.3 Métodos térmicos não-convencionais

Afsar e Akin (2016) [8] escreveram que na recuperação avançada de petróleo a aplicação de métodos térmicos responde por 50% das atividades no mercado. O método de injeção de vapor, normalmente, enfrenta desafios incluindo os seus altos custos de instalação e de manutenção. Por outro lado, as restrições aos gases do efeito estufa levaram as empresas a encontrar maneiras de reduzir o seu impacto ambiental. Desta forma, começou a surgir uma nova classe de métodos térmicos, denominados de não-convencionais.

Um dos exemplos mais recentes é a recuperação utilizando a energia solar, na qual se produz vapor para ser injetado, gerando uma menor poluição. O grande desafio no projeto da EOR solar é a localização do campo de petróleo. Ao contrário dos projetos convencionais envolvendo a energia solar, onde os painéis solares podem ser instalados em áreas abertas escolhidas, no método EOR solar a localização dos mesmos é determinada pelo campo de petróleo, onde podem existir condições adversas de radiação solar e mesmo ambientes agressivos [8].

Ainda há o aquecimento eletromagnético, que pode ser classificado em três categorias, dependendo da

frequência da corrente elétrica usada no aquecimento: (i) de baixa corrente, aquecimento resistivo; (ii) de média frequência, aquecimento indutivo; e (iii) de alta frequência, radio frequência ou micro-ondas. No aquecimento resistivo uma diferença de potencial é aplicada entre dois eletrodos, e ele também é conhecido como o aquecimento por efeito Joule. Na prática, esse método pode ser empregado utilizando dois poços, um atuando como ânodo e o outro como cátodo. Uma diferença de potencial é aplicada entre os dois eletrodos, o que permite passar uma corrente elétrica através da água de formação, fazendo uso da sua condutividade elétrica. Uma aplicação desse tipo foi empregada no campo Rio Panan, no Brasil [9] e observou-se um aumento na produção de 1,2 barril/dia para 10 barris/dia após 70 dias de aquecimento.

O aquecimento indutivo é uma técnica na qual materiais eletricamente condutores são colocados em um campo magnético variável, gerado por um indutor. A corrente elétrica produzida nesse processo é também chamada de corrente de Eddy. Devido ao efeito Joule, esta corrente dissipa calor no material. Os fatores que regem o processo de aquecimento são a frequência da corrente induzida, o calor específico do fluido, a permeabilidade do reservatório e a resistência elétrica do material considerado [9].

O uso de radiofrequência, ou de micro-ondas, pode ser uma boa alternativa para o aquecimento *in situ* de reservas não convencionais (Figura 1). Nesse método de aquecimento, um tipo de antena é colocada, no fundo de um poço, sendo assim menos influenciado pela geologia da formação e capaz de distribuir o calor sobre um volume maior do reservatório, em função da propagação da energia eletromagnética através do meio. Outras vantagens desse método são o uso de equipamentos compactos de alta eficiência, no processo de geração de energia, e a possibilidade de concentrá-la em locais específicos contendo o petróleo [4, 5].

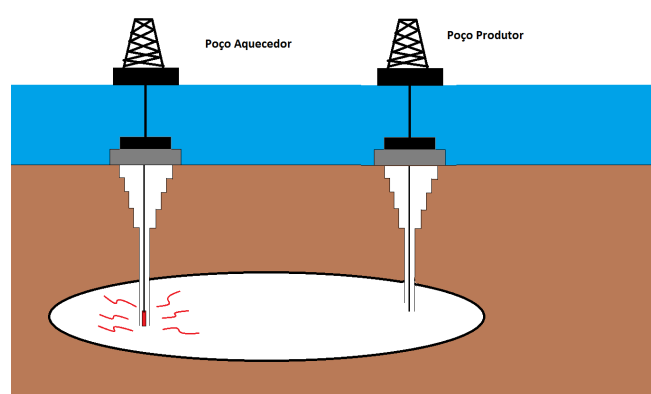


Figura 1: Ilustração de reservatório com elemento de aquecimento. Fonte: os autores.

1.4 Objetivo

Estuda-se, neste trabalho, o escoamento não isotérmico em reservatórios portadores de óleo pesado através da

simulação numérica, considerando-se a aplicação de um método de recuperação térmico não convencional, com o uso de poços aquecedores dentro do reservatório. O método de diferenças finitas foi utilizado na discretização do sistema não linear de equações diferenciais parciais (EDPs) governantes, e o método iterativo do tipo gradientes conjugados foi empregado na obtenção da solução do sistema algébrico resultante. Utilizou-se uma estratégia de decomposição de operadores (*Operator Splitting*) [10], na qual substitui-se o problema de determinação simultânea da pressão e da temperatura por dois subproblemas para o cálculo dessas grandezas [11, 12, 13, 14]. De acordo com Dyrdaahl (2014) [12], além da obtenção de um solução acurada, um dos objetivos do uso de métodos numéricos é o de se obter o menor tempo de execução possível. Neste sentido, técnicas de decomposição de operadores têm sido estudadas e aplicadas para se obter soluções fisicamente corretas como as alcançadas via soluções simultâneas, mas com economia de tempo de execução.

Considera-se, portanto, a utilização de elementos de aquecimento postos dentro do reservatório, de forma a realizar o chamado *In-Situ Upgrading Process* (IUP) [11, 15], no qual através do aquecimento da jazida altera-se as propriedades dos fluidos. Não é empregado nenhum tipo de injeção de fluido aquecido, mas sim a introdução de poços aquecedores (*heater wells*) no reservatório [11].

2 O Meio Poroso e as Hipóteses para o Escoamento Não Isotérmico

Um reservatório de petróleo é um meio poroso, visto que ele é formado por uma matriz sólida na qual existem espaços vazios denominados poros. A porosidade, relação entre o volume poroso e o volume total do material (sólido mais poros) mede a capacidade de armazenamento de fluidos no meio poroso. Quanto mais poroso for um reservatório, maior é a sua capacidade de armazenamento de hidrocarbonetos [16]. Em uma rocha reservatório podem ser encontrados dois tipos de porosidade, a efetiva e a total. A porosidade total inclui os poros isolados e os interconectados. Já a porosidade efetiva considera exclusivamente os poros interconectados [17] e, neste trabalho, utiliza-se o termo porosidade ao invés de porosidade efetiva.

Em geral, a porosidade varia na formação rochosa e, neste caso, o reservatório é denominado heterogêneo. Uma porosidade elevada não é suficiente para caracterizar a viabilidade econômica de um reservatório, pois os fluidos contidos nos poros das rochas têm que se movimentar de modo a que sejam trazidos para a superfície. Isto depende de uma outra propriedade da formação rochosa, a permeabilidade, denotada na maioria das vezes por k [16]. A capacidade de um meio poroso permitir a passagem de fluidos através de seus poros interconectados é chamada de permeabilidade absoluta, ou permeabilidade se o meio poroso encontra-se 100% saturado por uma única fase líquida. A permeabilidade pode variar

em um meio poroso em função da posição e da direção e, em geral, o reservatório é anisotrópico com relação a essa propriedade.

Do ponto vista do estudo da transferência de calor no meio poroso, observa-se que os principais mecanismos de transporte de energia estão associados à advecção (favorecida por uma maior velocidade de escoamento) e à condução (favorecida por um maior valor da difusividade térmica do reservatório). Em princípio, a advecção é o mecanismo mais eficiente, mas cabe ressaltar que a transferência de energia via a condução de calor pode influenciar a temperatura do reservatório mesmo em regiões com permeabilidades muito baixas ou mesmo isoladas.

As seguinte hipóteses foram utilizadas na derivação do modelo físico-matemático:

1. o reservatório é isotrópico;
2. a compressibilidade da rocha é pequena e constante;
3. o fluido é newtoniano;
4. não ocorrem reações químicas;
5. o escoamento é bidimensional e ocorre a baixas velocidades;
6. o escoamento é monofásico e não isotérmico;
7. os efeitos gravitacionais são desprezados;
8. a transferência de calor por radiação é desprezível;
9. as condutividades térmicas da rocha e do fluido são constantes;
10. o poço de produção é vertical e penetra totalmente na formação;
11. não considera-se a hipótese do equilíbrio térmico local; e
12. não há estocagem no poço produtor.

Não assume-se, portanto, a hipótese do equilíbrio térmico local e a temperatura média volumétrica do reservatório é calculada em função das temperaturas médias do fluido e da rocha [18]:

$$\overline{\rho c_p} T = \phi \rho_o c_{p_o} T_o + (1 - \phi) \rho_r c_{p_r} T_r, \quad (2)$$

onde T_o é a temperatura média volumétrica do óleo, T_r é a temperatura média volumétrica da rocha e T a temperatura média volumétrica representativa do meio poroso (rocha + fluido), ϕ é a porosidade do reservatório, ρ_o e ρ_r são as massa específicas do óleo e da rocha, respectivamente, e c_{p_o} e c_{p_r} as suas capacidades térmicas. A capacidade térmica média volumétrica do meio poroso é definida por [18]

$$\overline{\rho c_p} = \phi \rho_o c_{p_o} + (1 - \phi) \rho_r c_{p_r}. \quad (3)$$

Essas hipóteses, conjuntamente com as propriedades do fluido e da rocha, com as relações termodinâmicas e

com as equações de balanço macroscópicas [18], foram empregadas na obtenção das equações diferenciais parciais escritas em termos da pressão do óleo e da temperatura do reservatório.

2.1 Equação para a pressão do óleo

Ao se introduzir o fator volume de formação B [1],

$$B = \frac{\rho_{sc}}{\rho_o}, \quad (4)$$

a equação de conservação da massa pode ser escrita na forma alternativa [19]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{v}_o}{B} \right) = \frac{q_m}{V_b \rho_{sc}}, \quad (5)$$

onde $\mathbf{v}_o$ é a velocidade superficial do fluido (óleo), q_m é o termo fonte em termos de massa, V_b é o volume total (rocha mais poros) e ρ_{sc} representa a massa específica do óleo em condições padrão de pressão e temperatura, p_{sc} e T_{sc} , respectivamente.

Para escoamentos a baixas velocidades, a equação usada para descrever a conservação da quantidade de movimento no escoamento de fluidos em meios porosos é a lei de Darcy [19],

$$\mathbf{v}_o = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} [\nabla p - \rho_o g \nabla D], \quad (6)$$

onde $\mathbf{k}$ é o tensor de permeabilidade absoluta, μ é a viscosidade do fluido, g é a magnitude da aceleração da gravidade e D é a profundidade [1]. Substituindo-se a Eq. (6) na Eq. (5), tem-se que

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) - \nabla \cdot \left[\frac{\mathbf{k}}{B\mu} (\nabla p - \rho_o g \nabla D) \right] = \frac{q_m}{V_b \rho_{sc}}. \quad (7)$$

Se os efeitos gravitacionais forem desprezíveis e introduzindo-se a relação $q_m = q_{sc} \rho_{sc}$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) - \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k}}{B\mu} \nabla p \right) = \frac{q_{sc}}{V_b}. \quad (8)$$

O termo $\partial(\phi/B)/\partial t$ pode ser reescrito usando-se as propriedades do fluido e da rocha, de forma a obter-se explicitamente as derivadas parciais da pressão e da temperatura em relação ao tempo [12],

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) &= \left[\frac{1}{B} \frac{\partial \phi}{\partial p} + \phi \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{B} \right) \right] \frac{\partial p}{\partial t} \\ &+ \left[\frac{1}{B} \frac{\partial \phi}{\partial T} + \phi \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{B} \right) \right] \frac{\partial T}{\partial t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Neste trabalho, considera-se que [11]

$$B = \frac{B^0}{1 + c_o(p - p^0) - c_{oT}(T - T^0)}, \quad (10)$$

e

$$\phi = \phi^0 [1 + c_\phi(p - p^0) - c_{\phi T}(T - T^0)], \quad (11)$$

onde B^0 e ϕ^0 são, respectivamente, o fator volume de formação e a porosidade nas condições de referência para a pressão, p^0 , e para a temperatura, T^0 . Os termos c_o e c_{oT} representam, respectivamente, a compressibilidade e o coeficiente de expansão térmica do óleo, enquanto que os termos c_ϕ e $c_{\phi T}$ são a compressibilidade e o coeficiente de expansão térmica da rocha, respectivamente.

Usando-se as Eqs. (10) e (11) na Eq. (9) resulta em

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) &= \left(\frac{\phi c_o}{B^0} + \frac{\phi^0 c_\phi}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \\ &- \left(\frac{\phi c_{oT}}{B^0} + \frac{\phi^0 c_{\phi T}}{B} \right) \frac{\partial T}{\partial t}. \end{aligned} \quad (12)$$

A partir desse resultado é possível reescrever a Eq. (8) na forma

$$\Gamma_p \frac{\partial p}{\partial t} - \Gamma_T \frac{\partial T}{\partial t} - V_b \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k}}{B\mu} \nabla p \right) - q_{sc} = 0, \quad (13)$$

onde

$$\Gamma_p = V_b \left(\frac{\phi c_o}{B^0} + \frac{\phi^0 c_\phi}{B} \right) \quad (14)$$

e

$$\Gamma_T = V_b \left(\frac{\phi c_{oT}}{B^0} + \frac{\phi^0 c_{\phi T}}{B} \right). \quad (15)$$

Para finalizar, a variação da viscosidade em função da temperatura é dada por [11]

$$\mu = a \exp \left(\frac{b}{T - T_{ref,\mu}} \right), \quad (16)$$

onde a e b são coeficientes específicos do óleo pesado e $T_{ref,\mu}$ é uma temperatura de referência.

A Eq. (13) é uma equação diferencial parcial não linear que será utilizada na determinação da variável dependente pressão do óleo. Para resolver-se a Eq. (13), além de se considerar o acoplamento com a temperatura (T), são necessárias condições inicial e de contorno apropriadas. Como condição inicial utiliza-se

$$p(x, y, t = 0) = p_{ini}(x, y), \quad (17)$$

onde a pressão inicial antes do reservatório ser perturbado pela produção/injeção é representada por p_{inic} . As condições de contorno externas são as de fluxo nulo nas fronteiras

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0, L_x} = \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{y=0, L_y} = 0, \quad (18)$$

onde L_x e L_y são os respectivos comprimentos do reservatório nas direções x e y .

Se o termo fonte q_{sc} for utilizado na caracterização do poço vertical (cujo comprimento é igual a L_{wf}), aplicando-se uma condição de contorno interna, do acoplamento poço-reservatório tem-se que [19]

$$q_{sc} = -J_w (p - p_{wf}), \quad (19)$$

onde J_w é o índice de produtividade e p_{wf} é a pressão no poço. Por hora, ressalta-se que a Eq. (19) permite o cálculo da pressão no poço se a sua vazão é prescrita e vice-versa. Será utilizada uma condição de vazão de produção prescrita.

2.2 Equação para a temperatura do reservatório

Utilizando o modelo a uma equação sem a hipótese de equilíbrio térmico local [18], em conjunto com uma modelagem incluindo a presença de termos fonte para a contabilização do aquecimento da jazida [11], a equação da conservação macroscópica de energia pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho c_p} T) + \nabla \cdot (\rho_o c_{p_o} \mathbf{v}_o T) = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \frac{q_H}{V_b} + \frac{\rho_o c_{p_o} T q_{sc}}{V_b}, \quad (20)$$

onde h_o é a entalpia do fluido, q_H representa o termo de aquecimento (potência fornecida pelo poço de aquecimento) e κ é o tensor de dispersão térmica efetivo [18].

Desprezando-se os efeitos devidos à tortuosidade e à dispersão hidrodinâmica [18] o tensor efetivo pode ser escrito na forma

$$\kappa = [\phi \kappa_o + (1 - \phi) \kappa_r] \mathbf{I} \quad (21)$$

onde κ_o e κ_r são, respectivamente, as condutividades térmicas do fluido e da rocha.

A Eq. (20) é uma equação diferencial parcial não linear que será utilizada no cálculo da variável dependente temperatura. Para resolver-se a Eq. (20), além de se considerar a dependência da velocidade com a pressão, são necessárias condições inicial e de contorno apropriadas. Considera-se que a condição inicial é dada por

$$T(x, y, t = 0) = T_{ini}(x, y), \quad (22)$$

onde T_{inic} é a temperatura inicial antes do reservatório ser perturbado pela produção/injeção. As condições de contorno externas são as de fluxo nulo nas fronteiras do reservatório

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0, L_x} = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0, L_y} = 0. \quad (23)$$

Pensando na resolução numérica, as Eqs. (13) e (20) são reescritas como

$$\Gamma_p \frac{\partial p}{\partial t} - V_b \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k}}{B\mu} \nabla p \right) = \frac{q_{sc}}{V_b} + \Gamma_T \frac{\partial T}{\partial t} \quad (24)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho c_p} T) - \nabla \cdot (\kappa \nabla T) = \frac{q_H}{V_b} + \frac{\rho_o c_{p_o} T q_{sc}}{V_b} + \nabla \cdot (\rho_o c_{p_o} \mathbf{v}_o T), \quad (25)$$

e as suas semelhanças serão exploradas quando da resolução numérica, no que diz respeito às derivadas temporais, espaciais e termos de fonte/sorvedouro.

3 Resolução Numérica

As aplicações iniciais da simulação numérica de reservatórios de petróleo remontam à década de 1950 e ela se tornou, hoje em dia, uma ferramenta padrão para a indústria do petróleo [19]. Para certos casos simplificados como, por exemplo, o escoamento isotérmico unidimensional de um fluido incompressível (ou ligeiramente compressível) em um meio poroso, existem soluções analíticas para a determinação do campo de pressões. Por outro lado, para sistemas mais complexos, a utilização de soluções numéricas deve ser considerada.

3.1 Discretização da EDP para a pressão

No particionamento do reservatório empregou-se uma malha de blocos centrados [19, 20, 21], que resulta numa formulação semelhante a do método dos volumes finitos. Uma representação esquemática de um domínio bidimensional discretizado pode ser vista na Figura 2, para o sistema de coordenadas cartesianas. A solução numérica é obtida nos nós da malha computacional, localizados nos centros das células, sendo n_x e n_y as quantidades de células nas direções x e y , respectivamente. Os índices inteiros i e j representam as numerações das células nas respectivas direções x e y .

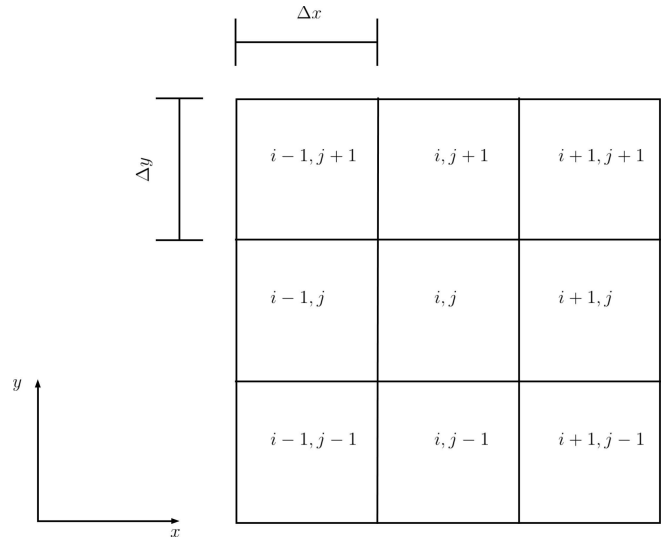


Figura 2: Malha bidimensional. Fonte: os autores.

Para o problema do escoamento bidimensional (sem os efeitos gravitacionais) pode-se escrever a equação da pressão na forma discretizada

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y \right\}_{i,j}^{n+1} = \left\{ \Gamma_p \frac{\partial p}{\partial t} + \Gamma_T \frac{\partial T}{\partial t} + q_{sc} \right\}_{i,j}^{n+1}, \quad (26)$$

com as incógnitas sendo avaliadas em i, j e no tempo $n + 1$, com $(V_b)_{i,j} = (\Delta x \Delta y)_{i,j} L_z$ para as Eqs. (13), (14) e (15), e introduziu-se as novas variáveis

$$\mathbb{T}'_x \equiv \frac{A_x k_x}{\mu B} \quad \text{e} \quad \mathbb{T}'_y \equiv \frac{A_y k_y}{\mu B}, \quad (27)$$

onde $(A_x)_{i,j} = \Delta y_{i,j} L_z$ e $(A_y)_{i,j} = \Delta x_{i,j} L_z$, sendo $\Delta x_{i,j}$ e $\Delta y_{i,j}$, respectivamente, os espaçamentos da malha nas direções x e y na célula i, j e L_z o comprimento do reservatório na direção z .

Considerando-se um arranjo unidimensional de malha computacional, como o apresentado na Figura 3, e empregando-se o método de diferenças finitas [19], obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbb{T}'_x \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i,j}^{n+1} \cong \frac{1}{\Delta x_{i,j}} \left[\left(\mathbb{T}'_x \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - \frac{1}{\Delta x_{i,j}} \left[\left(\mathbb{T}'_x \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} \right] \right]. \quad (28)$$

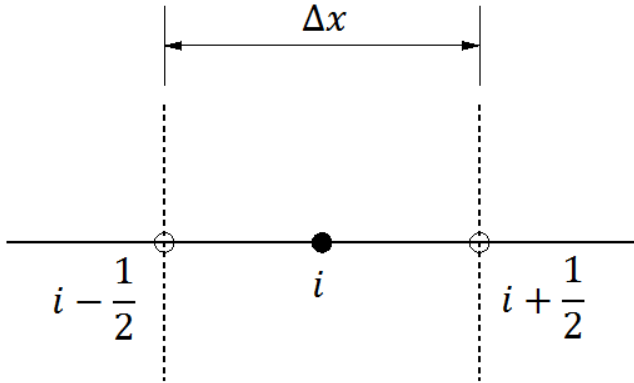


Figura 3: Malha unidimensional. Fonte: os autores.

Introduz-se, em seguida, a transmissibilidade na direção x como sendo dada por

$$\mathbb{T}_{x,i\pm\frac{1}{2},j}^{n+1} = \left(\frac{A_x k_x}{\mu B \Delta x} \right)_{i\pm\frac{1}{2},j}^{n+1}, \quad (29)$$

onde é utilizada, para a área A_x e a permeabilidade k_x , uma média harmônica para determinar-se os seus valores na posição da interface $i \pm 1/2, j$, a partir dos valores conhecidos nas localizações i, j e $i \pm 1, j$, enquanto que para as propriedades do fluido uma média aritmética é aplicada [19]. Uma expressão similar pode ser obtida para a transmissibilidade na direção y .

Utilizando-se uma formulação totalmente implícita no tempo é possível obter-se a forma final discretizada da Eq. (26),

$$\begin{aligned} & \mathbb{T}_x \Big|_{i+1/2,j}^{n+1} (p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}) \\ & - \mathbb{T}_x \Big|_{i-1/2,j}^{n+1} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i-1,j}^{n+1}) \\ & + \mathbb{T}_y \Big|_{i,j+1/2}^{n+1} (p_{i,j+1}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}) \\ & - \mathbb{T}_y \Big|_{i,j-1/2}^{n+1} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j-1}^{n+1}) \\ & = \frac{(\Gamma_p)_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n) + \frac{(\Gamma_T)_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} (T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n) \\ & + (q_{sc})_{i,j}^{n+1}, \end{aligned} \quad (30)$$

onde aplicou-se aproximações de Euler recuadas no tempo,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} \cong \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (31)$$

e

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} \cong \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad (32)$$

nas quais n indica o nível de tempo em que a pressão e a temperatura são conhecidas.

O termo $(q_{sc})_{i,j}^{n+1}$ pode ser utilizado para incluir, no modelo adotado, a pressão no poço. Neste caso, a forma discreta da Eq. (19) é:

$$(q_{sc})_{i,j}^{n+1} = -(J_w)_{i,j}^{n+1} [p_{i,j}^{n+1} - (p_{wf})_{i,j}^{n+1}], \quad (33)$$

sendo o índice de produtividade, J_w , calculado por [19]

$$(J_w)_{i,j}^{n+1} = \left[\frac{2\pi \sqrt{k_x k_y} L_z}{B\mu \ln \left(\frac{r_{eq}}{r_w} \right)} \right]_{i,j}^{n+1} \quad (34)$$

onde r_w é o raio do poço e o raio equivalente, r_{eq} , é calculado através da equação [22]

$$r_{eq} = 0,28 \left[\frac{\sqrt{\frac{k_y}{k_x} (\Delta x)^2 + \frac{k_x}{k_y} (\Delta y)^2}}{\sqrt[4]{\frac{k_y}{k_x}} + \sqrt[4]{\frac{k_x}{k_y}}} \right]_{i,j}. \quad (35)$$

3.2 Discretização da EDP para a temperatura

A discretização é realizada de forma similar a que foi empregada para o caso da pressão. Inicialmente, reescreve-se a Eq. (25) na forma

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} c_p T) - \nabla \cdot (\kappa \nabla T) = \frac{q_H}{V_b} + \frac{\rho_o h_o q_{sc}}{V_b} + \varphi, \quad (36)$$

onde $\varphi = \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{v}_o h_o)$. Considerando-se, em seguida, a determinação da temperatura na célula i, j e no nível de tempo $n + 1$, pode-se escrever para a formulação totalmente implícita que

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\}_{i,j}^{n+1} = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho c_p} T) - \frac{q_H}{V_b} - \frac{\rho_o h_o q_{sc}}{V_b} - \varphi \right\}_{i,j}^{n+1}, \quad (37)$$

cujas formas são muito parecidas com a da Eq. (26). Então, para os dois termos da Eq. (37) aplica-se uma metodologia análoga à utilizada na discretização da Eq. (26):

$$\begin{aligned} & \mathbb{K}_x \Big|_{i+1/2,j}^{n+1} (T_{i+1,j} - T_{i,j})^{n+1} \\ & - \mathbb{K}_x \Big|_{i-1/2,j}^{n+1} (T_{i,j} - T_{i-1,j})^{n+1} \\ & + \mathbb{K}_y \Big|_{i,j+1/2}^{n+1} (T_{i,j+1} - T_{i,j})^{n+1} \\ & - \mathbb{K}_y \Big|_{i,j-1/2}^{n+1} (T_{i,j} - T_{i,j-1})^{n+1} \\ & = V_b \left[\frac{(\overline{\rho c_p})}{\Delta t} \right]_{i,j}^{n+1} (T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n) \\ & + (\rho_o h_o q_{sc})_{i,j}^{n+1} + \Phi_{i,j}^{n+1} + (q_H)_{i,j}^{n+1}, \end{aligned} \quad (38)$$

onde

$$\mathbb{K}_x \Big|_{i\pm 1/2,j}^{n+1} = \left(\frac{A_x \kappa_x}{\Delta x} \right)_{i\pm 1/2,j}^{n+1}, \quad (39)$$

$$\mathbb{K}_y \Big|_{i,j\pm 1/2}^{n+1} = \left(\frac{A_y \kappa_y}{\Delta y} \right)_{i,j\pm 1/2}^{n+1}, \quad (40)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{i,j}^{n+1}}{\rho_{sc}} &= (h_o \mathbb{T}_x)_{i-1/2,j}^{n+1} (p_{i,j} - p_{i-1,j})^{n+1} \\ & - (h_o \mathbb{T}_x)_{i+1/2,j}^{n+1} (p_{i+1,j} - p_{i,j})^{n+1} \\ & + (h_o \mathbb{T}_y)_{i,j-1/2}^{n+1} (p_{i,j-1} - p_{i,j})^{n+1} \\ & - (h_o \mathbb{T}_y)_{i,j+1/2}^{n+1} (p_{i,j+1} - p_{i,j})^{n+1}, \end{aligned} \quad (41)$$

com os termos tendo sido reescritos de forma a utilizar-se as transmissibilidades na definição de $\Phi_{i,j}^{n+1}$. Ela servirá de base para a estratégia de resolução numérica usando uma decomposição de operadores.

3.3 Decomposição de operadores

As Eqs. (30) e (38) formam um sistema de equações algébricas não lineares que quando resolvido conduz aos valores das variáveis p e T [23]. Para tanto, a velocidade de Darcy na Eq. (38) pode ser usada para explicitar-se

a pressão ou ela pode ser mantida como uma incógnita. A temperatura também é explicitada a partir da função entalpia. Nos dois casos, a Eq. (38) permanece com uma não linearidade no termo que contém originariamente a velocidade de Darcy. A resolução desse sistema, para uma malha computacional com um número de células na casa dos milhares, já começa a exigir uma quantidade de memória e de processamento significativas.

Uma outra questão importante é a forma final das equações algébricas. Por exemplo, Singh et al. (2011) [24] trataram do problema não isotérmico, no escoamento em meios porosos, reescrevendo o termo de advecção de modo a explicitar o efeito de resfriamento Joule-Thompson. Como é sabido, existem métodos numéricos específicos para resolver diferentes tipos de EDPs [14]. Em um mesmo sistema de EDPs é possível, por exemplo, existirem equações parabólicas e hiperbólicas. Portanto, seria desejável que cada equação diferencial pudesse ser resolvida usando o melhor método disponível, tendo em vista as suas características matemáticas.

Na literatura, existem propostas de estratégias de resolução numérica, para o problema do escoamento não isotérmico em meios porosos, que baseiam-se no uso de uma decomposição de operadores (*operator splitting*), tais como as encontradas nos trabalhos de Rousset (2010) e Dyrdaahl (2014) [11, 12] e Vennemo (2016) [14]. Neste tipo de solução, o sistema original escrito em termos de p e T é dividido em dois subsistemas de equações, um para p e outro para T , com um estágio de troca de informações entre estes dois últimos subsistemas. No caso mais geral, isto permite, por exemplo, que diferentes métodos de solução sejam aplicados para cada EDP. Este tipo de abordagem já vem sendo aplicada com sucesso há bastante tempo em outros problemas, tais como nos métodos do tipo IMPES (*Implicit Pressure Explicit Saturation*) [19, 25] utilizados em problemas de escoamento multifásico em meios porosos.

Um dos objetivos da decomposição de operadores é o de resolver mais rapidamente os dois subproblemas definidos, quando comparado com a resolução do sistema acoplado de equações para todas as incógnitas. Conforme destacado em Vennemo (2016) [14], os métodos de decomposição de operadores têm sido aplicados a uma ampla gama de problemas, incluindo as simulações de escoamento de água subterrânea, a modelagem da poluição do ar e os problemas envolvendo a combustão. No entanto, ao desacoplar-se as equações introduz-se uma fonte adicional de erro. Por isso, a convergência e a acurácia dos métodos de decomposição de operadores têm sido extensivamente estudadas e sabe-se que algumas precauções devem ser tomadas, em função do tipo de equação que se está tratando [13]. No caso estudado por Vennemo (2016) [14], por exemplo, mostra-se que o uso de iterações internas para determinar p e T devem estar condicionadas ao uso de iterações externas para verificar a convergência do sistema como um todo. Todos os testes nos quais a convergência foi regida por tolerâncias numéricas e não por número de iterações prescritas leva-

ram aos melhores resultados. Este tipo de estratégia foi adotada no presente trabalho.

Do ponto de vista da implementação computacional, existe uma vantagem quando os subsistemas de equações são semelhantes, uma vez que as mesmas rotinas de resolução utilizadas em um subsistema podem ser usadas no outro. Por isso, optou-se por utilizar as Eqs. (30) e (38) reescritas de forma que, tanto para p quanto para T , as matrizes dos coeficientes fossem pentadiagonais e que através dos termos fontes se desse a troca de informações entre os dois subsistemas. Portanto, considerando uma decomposição de operadores que leve a uma sequência de resolução primeiramente para a determinação de p e, em seguida, para a temperatura T , essas equações são reescritas respectivamente como

$$\begin{aligned} & \mathbb{T}_y \Big|_{i,j-1/2}^{v,n+1} p_{i,j-1}^{v+1,n+1} + \mathbb{T}_x \Big|_{i-1/2,j}^{v,n+1} p_{i-1,j}^{v+1,n+1} - \Psi p_{i,j}^{v+1,n+1} \\ & + \mathbb{T}_x \Big|_{i+1/2,j}^{v,n+1} p_{i+1,j}^{v+1,n+1} + \mathbb{T}_y \Big|_{i,j+1/2}^{v,n+1} p_{i,j+1}^{v+1,n+1} = (q_{sc})_{i,j}^{n+1} \\ & - \frac{(\Gamma_p)_{i,j}^{v,n+1}}{\Delta t} p_{i,j}^n + \frac{(\Gamma_T)_{i,j}^{v,n+1}}{\Delta t} (T_{i,j}^{w,n+1} - T_{i,j}^n) \end{aligned} \quad (42)$$

e

$$\begin{aligned} & \mathbb{K}_x \Big|_{i,j-1/2}^{w,n+1} T_{i,j-1}^{w+1,n+1} + \mathbb{K}_x \Big|_{i-1/2,j}^{w,n+1} T_{i-1,j}^{w+1,n+1} - \Omega T_{i,j}^{w+1,n+1} \\ & + \mathbb{K}_x \Big|_{i+1/2,j}^{w,n+1} T_{i+1,j}^{w+1,n+1} + \mathbb{K}_y \Big|_{i,j+1/2}^{w,n+1} T_{i,j+1}^{w+1,n+1} = (q_H)_{i,j}^{n+1} \\ & - \left[\frac{V_b(\overline{\rho c_p})_{i,j}^{w,n+1}}{\Delta t} \right] T_{i,j}^n + (\rho_o h_o q_{sc})_{i,j}^{w,n+1} + \Phi_{i,j}^{\bar{v},n+1} \end{aligned} \quad (43)$$

tendo sido introduzidas as variáveis

$$\begin{aligned} \Psi &= \mathbb{T}_y \Big|_{i,j-1/2}^{v,n+1} + \mathbb{T}_x \Big|_{i-1/2,j}^{v,n+1} + \frac{(\Gamma_p)_{i,j}^{v,n+1}}{\Delta t} + \mathbb{T}_x \Big|_{i+1/2,j}^{v,n+1} \\ & + \mathbb{T}_y \Big|_{i,j+1/2}^{v,n+1}, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \mathbb{K}_y \Big|_{i,j-1/2}^{w,n+1} + \mathbb{K}_x \Big|_{i-1/2,j}^{w,n+1} + \frac{V_b(\overline{\rho c_p})_{i,j}^{w,n+1}}{\Delta t} \\ & + \mathbb{K}_x \Big|_{i+1/2,j}^{w,n+1} + \mathbb{K}_y \Big|_{i,j+1/2}^{w,n+1}, \end{aligned} \quad (45)$$

e onde os sobrescritos v e w referem-se, respectivamente, aos níveis iterativos para as soluções dos problemas para p e T . O sobrescrito $\bar{v}$ indica que o termo $\Phi_{i,j}^{n+1}$ está sendo avaliado com as propriedades que foram determinadas no nível iterativo v , para o qual se obteve as pressões em $v+1, n+1$, também usadas em $\Phi_{i,j}^{n+1}$, obtidas quando da solução da Eq. (42). O mesmo tipo de raciocínio foi utilizado para o termo $T_{i,j}^{w,n+1}$.

Assim sendo, considerou-se uma linearização a partir do uso de coeficientes determinados em uma iteração

externa, onde há um teste de convergência, na presença de iterações internas para a solução de p (iteraões em v) e para T (iteraões em w), seguindo de uma iteração de Picard [19]. Em resumo, a ordem de resolução é:

1. cálculo dos coeficientes e dos termos fontes das equações;
2. resolução para a determinação de p^{n+1} considerando o valor de T^{n+1} mais recentemente calculado;
3. resolução para o cálculo de T^{n+1} empregando o valor mais recente de p^{n+1} ;
4. teste de convergência para o sistema de equações como um todo.

Na solução de cada subproblema foi utilizado o método iterativo dos Gradientes Conjugados [26]. Como critério de interrupção considera-se que o resíduo deve ser menor que as tolerâncias tol_p e tol_T para o cálculo da pressão e da temperatura, respectivamente.

Destaca-se que o simulador numérico desenvolvido foi escrito em linguagem de programação C e que todas as simulações foram executadas em um computador DELL PowerEdge T630 com o sistema operacional Linux OpenSuse 42.1, cujas principais características são:

1. máquina de arquitetura 64 bits;
2. memória de 64 GB; e
3. dois processadores Intel Xeon E5-2620 com 2 GHz de frequência e 6 núcleos (12 threads).

4 Resultados Numéricos

Para as simulações numéricas, optou-se pela definição de um conjunto padrão de parâmetros, tendo sido adotado um arranjo composto de um poço produtor vertical, centralizado no plano xy , com quatro poços de aquecimento posicionados ao seu redor, conforme ilustrado na Figura 4. Os aquecedores estão localizados a uma distância de 80 m do poço produtor.

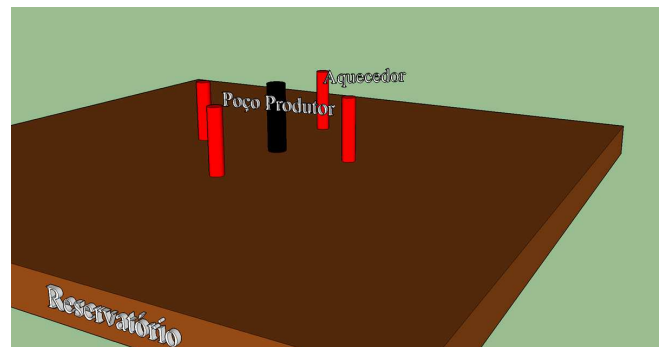


Figura 4: Poços produtor e aquecedores. Fonte: os autores.

A Tabela 1 traz os parâmetros utilizados no caso padrão. Salvo menção contrária, os dados apresentados nessa tabela são os utilizados em todas as simulações. Tomando por base alguns exemplos da literatura [11, 27], a ideia do caso padrão é a de representar uma configuração de produção e aquecimento que se repetiria ao longo do reservatório, formando uma malha de poços produtores e aquecedores. Assim, as dimensões do reservatório estudado são relativamente pequenas quando comparadas as de um reservatório real.

Neste trabalho, um caso de simulação de óleo convencional foi adaptado utilizando-se dados disponíveis na literatura. O valor da pressão inicial, no entanto, foi superestimado de modo a garantir que, para todos os casos simulados, a vazão adotada não levasse a uma situação de interrupção da produção por falta de potencial da jazida, quando da ausência dos aquecedores.

Tabela 1 Parâmetros para o caso padrão.

Parâmetro	Valor	Unidade
n_x e n_y	185	–
tol_p	1×10^{-6}	kPa
tol_T	1×10^{-6}	K
n_{inc}	1,1	–
t_{max}	1.000	dia
Δt_0	0,1	dia
Δt_f	1,0	dia
$Q_{sc} = \sum q_{sc}$	-10	std m ³ /dia
k_x e k_y	$1,0 \times 10^{-14}$	m ²
ϕ e ϕ^0	0,20	–
c_ϕ	$4,35 \times 10^{-7}$	kPa ⁻¹
p_{ini} e p^0	69.000	kPa
T_{ini} e T^0	330	K
ρ_{sc}	840	kg/m ³
c_o	$7,25 \times 10^{-7}$	kPa ⁻¹
B_{sc}	1,3	m ³ /std m ³
L_x e L_y	1.840	m
L_z	40	m
L_{wf}	40	m
c_{vo}	1.800	J/(kg K)
c_{po}	2.100	J/(kg K)
c_{oT}	$9,2 \times 10^{-4}$	K ⁻¹
κ_o	0,4225	W/(m K)
$c_{v\phi}$	1.200	J/(kg K)
κ_o	3,5	W/(m K)
ρ_r	2500	kg/m ³
$c_{\phi T}$	$1,8 \times 10^{-3}$	K ⁻¹
$Q_H = \sum q_H$	40.000	W
a	$2,0 \times 10^{-4}$	Pa.s
b	333,33	K
$T_{ref,\mu}$	277,78	K

Os resultados apresentam os perfis de pressão ao longo da direção x , para $y = L_y/2$, e para o tempo máximo de produção (t_{max}) de 1.000 dias, visando-se à avaliação do efeito do aquecimento na manutenção do potencial energético para o escoamento no reservatório. Faz-se uso, também, da condição de simetria do problema, resultante da distribuição dos aquecedores, das

características da rocha do reservatório, da geometria e dos espaçamentos da malha ($\Delta x = \Delta y$), a fim de favorecer a análise dos resultados.

4.1 Convergência numérica

A Tabela 2 mostra o número de células empregadas na geração das diferentes malhas computacionais empregadas no estudo de convergência numérica, mediante o refinamento da malha computacional. Nestas simulações, o passo de tempo foi mantido constante e igual a 0,1 dia.

Tabela 2 Refinamento de malha.

Malha	1	2	3	4	5
$n_x = n_y$	23	47	93	185	369

A Figura 5 exibe as curvas de pressão do reservatório obtidas com as cinco malhas apresentadas na Tabela 2. Observa-se que, exceto para o ponto no qual está posicionado o termo fonte que representa o poço de produção (uma singularidade [23]), as soluções estão próximas uma das outras e verifica-se a sobreposição das curvas. Conforme o esperado, as curvas são simétricas em função das condições de isotropia e homogeneidade do reservatório, uma vez que $\Delta x = \Delta y$ e devido ao tipo de arranjo dos poços produtor e aquecedores.

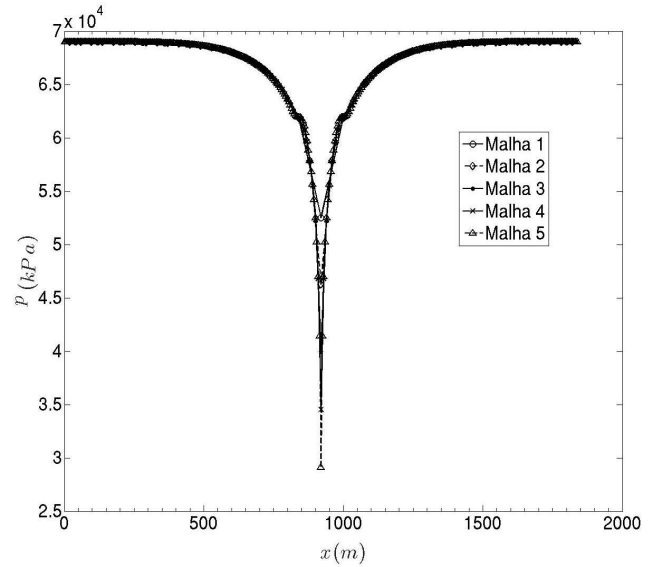


Figura 5: Perfis de pressão para diferentes malhas. Fonte: os autores.

Para uma melhor visualização, uma ampliação de parte dos resultados é mostrada na Figura 6, tirando-se proveito da simetria da solução. Com a amplificação é possível verificar que as soluções estão realmente bem próximas, excetuando-se a região onde encontra-se a fonte de produção do óleo. Perto dos aquecedores (localizados em $x = 840$ m e $x = 1000$ m) as soluções encontram-se mais distantes, mas observa-se que elas ficam cada vez mais próximas à medida que a malha espacial é refinada. Portanto, entende-se que as evidências

numéricas levam à conclusão de que os resultados convergem.

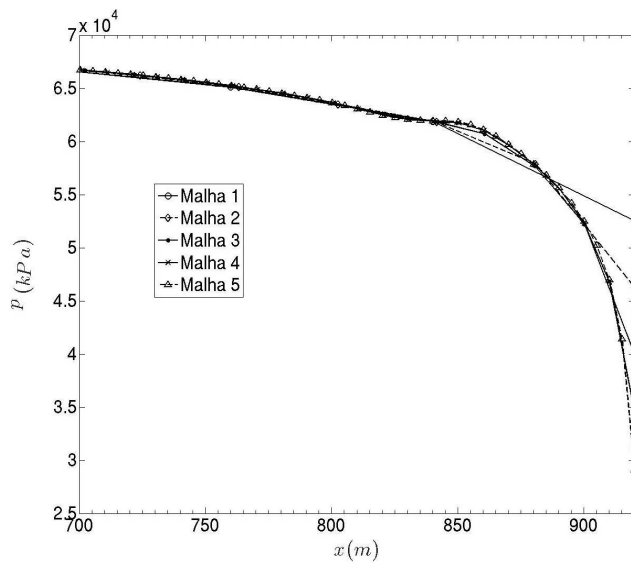


Figura 6: Perfis de pressão para diferentes malhas (ampliação). Fonte: os autores.

Nas simulações de reservatórios, muitas vezes utiliza-se um passo de tempo pequeno para uma melhor captura e visualização dos resultados nos instantes iniciais da produção. Entretanto, este incremento de tempo aumenta de valor ao longo da simulação, atingindo um valor limite preestabelecido para o restante dos cálculos. Após a realização de testes preliminares, optou-se por iniciar as simulações com um passo de tempo (Δt_0) de 0,1 dia, com uma razão de crescimento (n_{inc}) de 1,1 para os passos consecutivos, até atingir-se o incremento de tempo final (Δt_f) de 1 dia.

4.2 Estudo de sensibilidade

Dando prosseguimento, passa-se agora à análise dos efeitos provocados pela variação de alguns dos parâmetros físicos (permeabilidade, viscosidade e porosidade) nos valores da pressão e da temperatura do reservatório de óleo pesado, com um poço produtor e quatro de aquecimento.

4.2.1 Permeabilidade

Inicialmente, analisa-se o efeito da mudança da permeabilidade do reservatório. Conforme pode ser visto, na Figura 7, uma menor permeabilidade conduz a uma maior queda de pressão, em conformidade com o previsto pela lei de Darcy. Nota-se, também, que a simetria da solução foi preservada. Cabe ressaltar que a permeabilidade tem influência direta tanto na determinação da pressão quanto na da temperatura, sendo uma das propriedades de maior impacto no escoamento em meios porosos.

Por outro lado, a Figura 8 mostra que o perfil de temperatura é menos sensível à variação da permeabilidade para a faixa de valores fixados. Destaca-se, ainda, que os perfis são simétricos e nota-se, de acordo com a

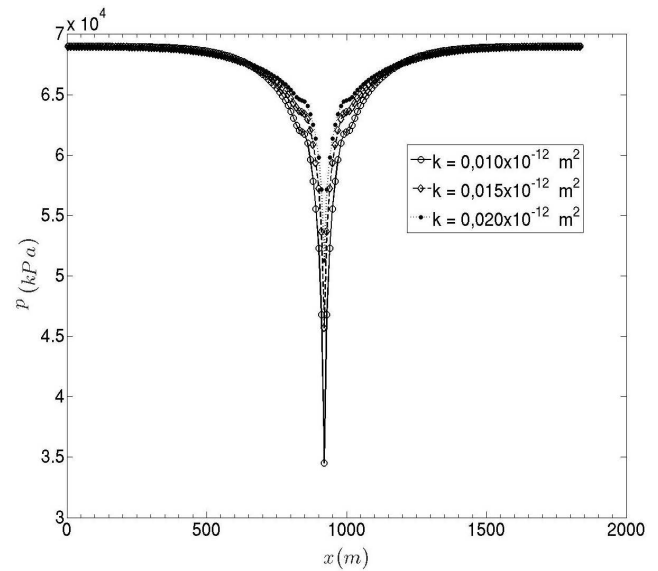


Figura 7: Perfis de pressão para diferentes valores da permeabilidade. Fonte: os autores.

física, uma elevação do valor da temperatura nas posições correspondentes ao posicionamento dos aquecedores. Esta variação chega a uma diferença de aproximadamente 100 K em relação ao valor inicial da temperatura do reservatório (330 K).

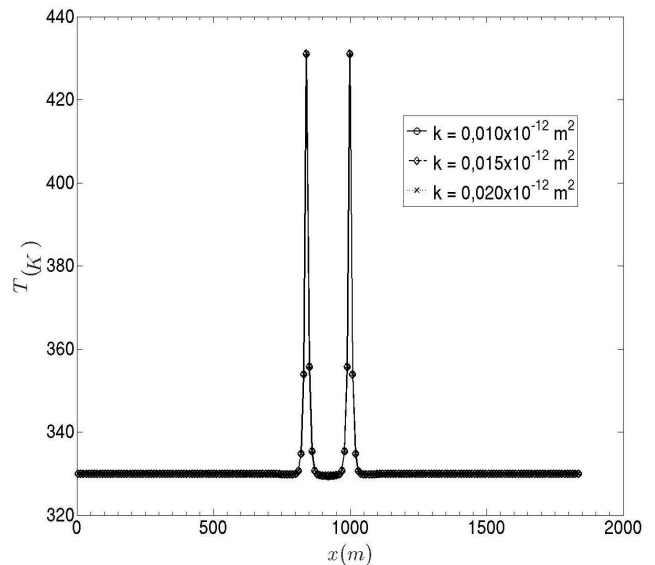


Figura 8: Perfis de temperatura para diferentes valores da permeabilidade. Fonte: os autores.

4.2.2 Viscosidade

As Figuras 9 e 10 trazem os resultados calculados considerando-se a variação do coeficiente a na correlação para a viscosidade (Eq. (16)) e, assim, alterando-se a viscosidade do óleo pesado que encontra-se escoando no reservatório. Esta comparação é muito relevante, uma vez

que é justamente a redução da viscosidade do óleo o principal objetivo da técnica de aquecimento, visando a diminuir a queda de pressão no reservatório. Para os maiores valores de a obtêm-se os maiores valores das viscosidades e, conseqüentemente, as maiores quedas de pressão. Logo, elas podem ser atenuadas com uso do aquecimento, conforme pode ser constatado na Figura 9. Assim como a permeabilidade, a viscosidade tem um impacto significativo na dinâmica do escoamento em meios porosos, uma vez que quanto maior for a viscosidade maior será a resistência ao escoamento para um mesmo gradiente de pressão.

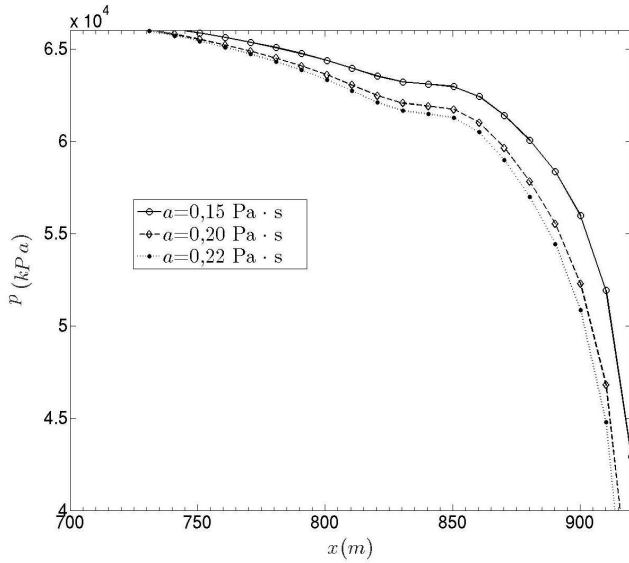


Figura 9: Perfis de pressão para diferentes valores da viscosidade do óleo. Fonte: os autores.

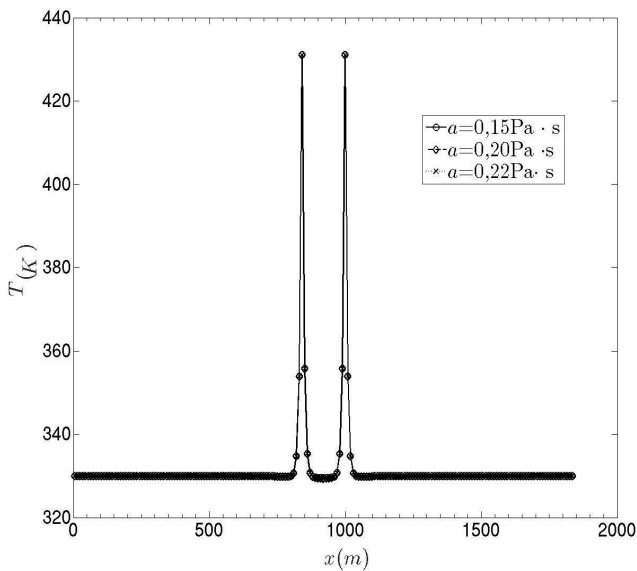


Figura 10: Perfis de temperatura para diferentes valores viscosidade do óleo. Fonte: os autores.

Inicialmente, utilizou-se $a = 0,25 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ao invés de $a = 0,22 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Entretanto, para esse valor e com as con-

dições de escoamento consideradas, o reservatório não teve energia suficiente para manter a produção prefixada, mesmo na presença do aquecimento (razão pela qual foi imposta uma pressão inicial mais elevada). Assim, fica clara a importância da viscosidade na análise da viabilidade da técnica de recuperação não convencional, no contexto do aquecimento da jazida, aumentando as chances de se ter uma maior quantidade de óleo recuperada.

De modo similar ao que aconteceu quando da variação dos valores da permeabilidade, o perfil de temperatura, Figura 10, sofreu uma menor influência no que diz respeito à variação da viscosidade do óleo.

4.2.3 Porosidade

O estudo também foi estendido para a análise da variação da porosidade. Assim como a permeabilidade, essa é uma propriedade que aparece em alguns dos coeficientes das equações diferenciais parciais que governam as mudanças de pressão e temperatura. As Figuras 11 e 12 mostram os resultados para os casos teste considerados.

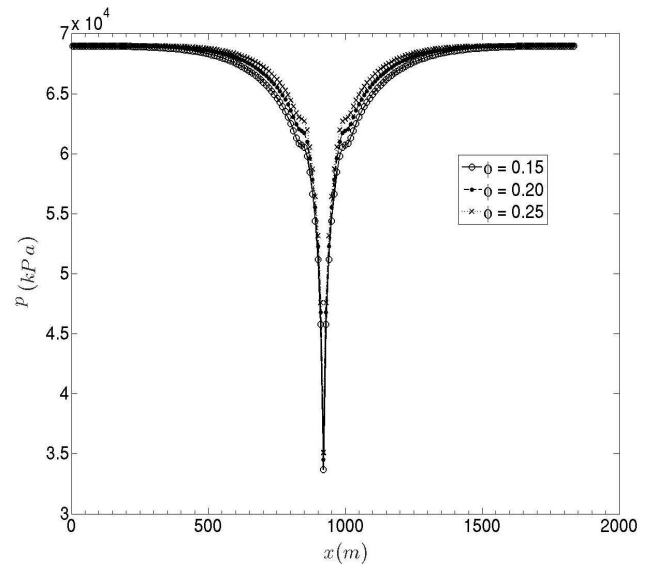


Figura 11: Perfis de pressão para diferentes valores da porosidade. Fonte: os autores.

Conforme pode ser observado na Figura 11, o efeito da diminuição da porosidade se traduz em uma maior queda da pressão do óleo, devido a menor quantidade de fluido disponível para ser produzido. Neste caso, também, a solução numérica produziu corretamente um perfil de pressão simétrico.

Já a Figura 12 apresenta os perfis de temperatura obtidos. Constata-se que há uma diminuição da transferência de calor da região dos poços de aquecimento para a região do meio poroso que se encontra na vizinhança deles, conforme os valores da porosidade aumentam. Isto faz sentido, pois neste caso o calor específico do fluido, maior do que o da rocha, aumenta a sua importância no termo de acumulação da equação do balanço de energia (25).

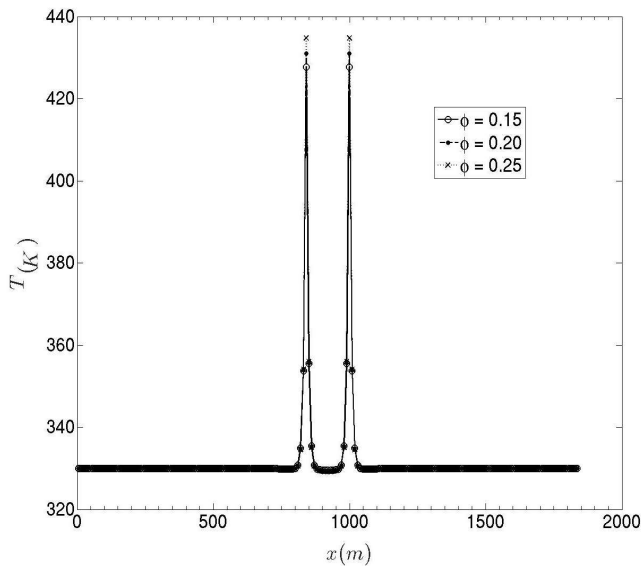


Figura 12: Perfis de temperatura para diferentes valores da porosidade. Fonte: os autores.

4.3 Poços aquecedores

Os últimos resultados abordam as questões relacionadas à importância do arranjo, da quantidade e da taxa de aquecimento dos poços aquecedores nos perfis de pressão do óleo e temperatura do reservatório.

4.3.1 Taxa de aquecimento

Os valores para a pressão e a temperatura, em função da variação da taxa de aquecimento (potência dos aquecedores), podem ser vistos nas Figuras 13, 14 e 15.

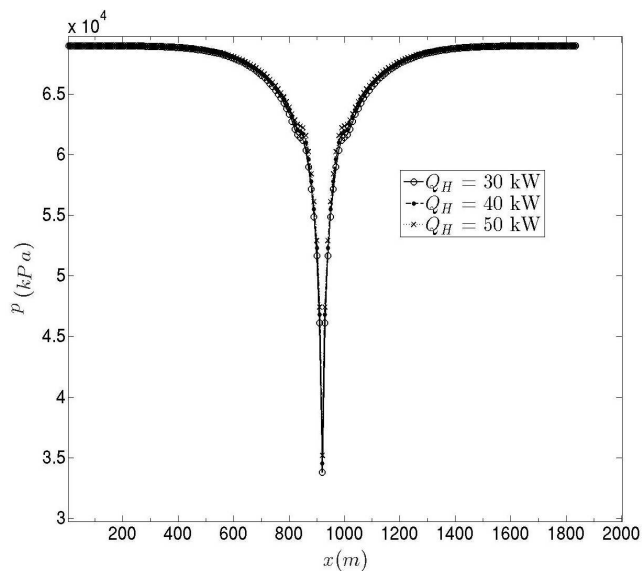


Figura 13: Perfis de pressão para diferentes taxas de aquecimento. Fonte: os autores.

Do ponto de vista da física, à medida que aumenta-se a taxa de aquecimento reduz-se ainda mais a viscosidade

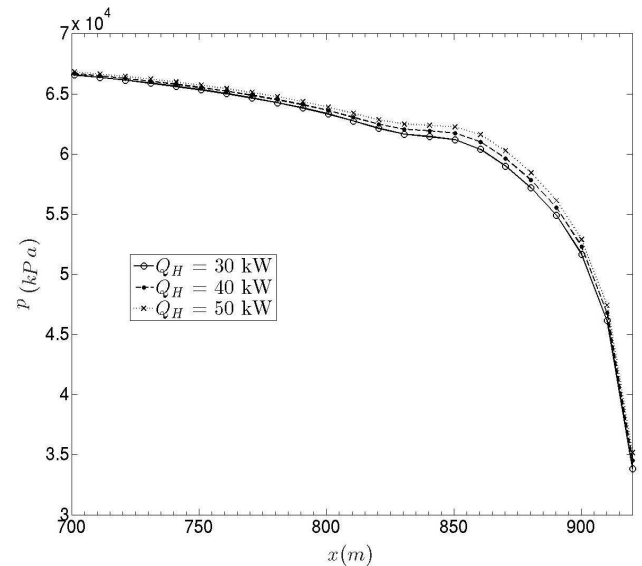


Figura 14: Perfis de pressão para diferentes taxas de aquecimento (ampliação). Fonte: os autores.

do óleo e, em decorrência, preserva-se a energia disponível no meio poroso para fazer o fluido escoar, levando a uma maior manutenção da pressão, conforme pode ser observado na Figura 13 e na sua respectiva ampliação, Figura 14.

Os perfis de temperatura em função da variação da potência dos aquecedores são mostrados na Figura 15. Para que o balanço de energia seja preservado, vê-se que a temperatura aumenta na região correspondente aos poços aquecedores, devido à energia térmica extra que é fornecida ao reservatório. Os valores máximos correspondem a aproximadamente 406 K, 431 K e 456 K para as potências de 30 kW, 40 kW e 50 kW, respectivamente.

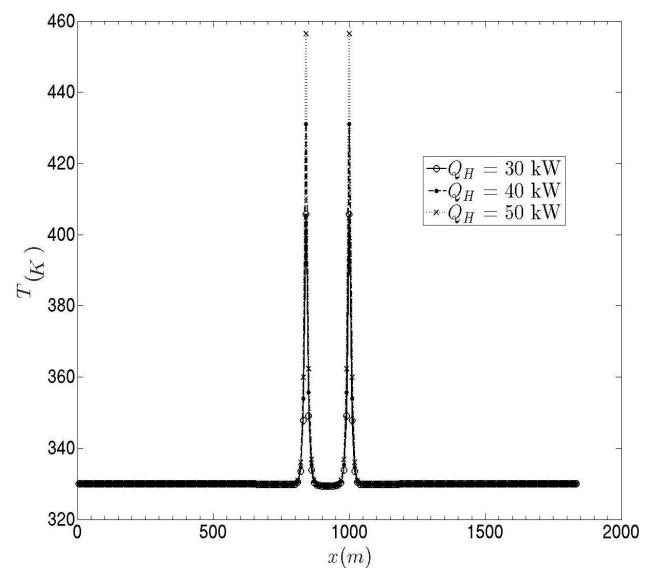


Figura 15: Perfis de temperatura para diferentes taxas de aquecimento. Fonte: os autores.

4.3.2 Número de poços

Na Figura 16, na sua versão ampliada (Figura 17) e na Figura 18 são apresentados os resultados para a variação da pressão e da temperatura em função do número de poços aquecedores. Assim como no caso do aumento da potência, uma maior quantidade de energia disponível para o aquecimento resulta na preservação da pressão no reservatório. Em função da ordem de grandeza das variações de pressão, uma menor queda de pressão pode ser constatada na ampliação de parte da Figura 16. Destaca-se que, além da mudança nos valores obtidos, quando compara-se os perfis de pressão com e sem aquecimento observa-se uma mudança qualitativa da curva na região onde encontram-se posicionados os aquecedores, Figura 17.

Os resultados mostrados na Figura 18 estão condizentes com o aumento da energia disponibilizada ao reservatório, quando da inserção dos aquecedores, assim como com a preservação da simetria da solução.

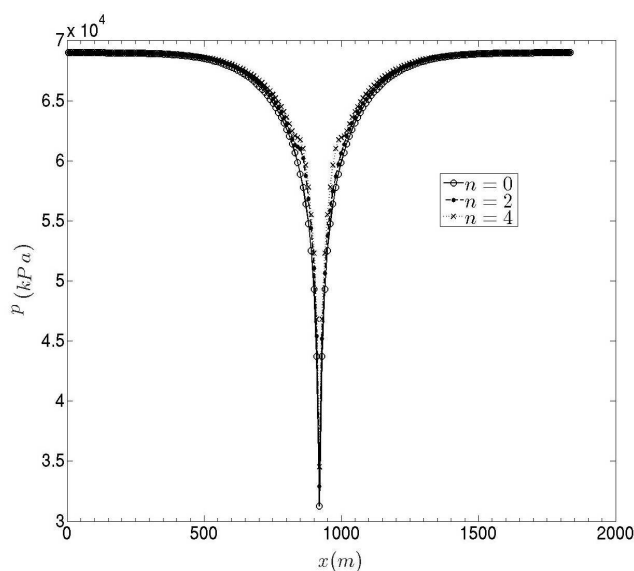


Figura 16: Perfis de pressão para diferentes números de aquecedores. Fonte: os autores.

4.3.3 Arranjos, número de poços e taxa de aquecimento

Finalmente, testou-se algumas poucas combinações para o arranjo, o número de aquecedores e a taxa de aquecimento. Três tipos de arranjos foram considerados para a distribuição dos poços aquecedores, ao redor do poço produtor, e as suas respectivas potências:

1. 2 poços aquecedores de 80 kW,
2. 4 poços aquecedores de 40 kW, e
3. 8 poços aquecedores de 20 kW,

de modo a se transmitir a mesma quantidade de energia para o sistema e poder analisar mais especificamente a influência da distribuição das fontes de energia.

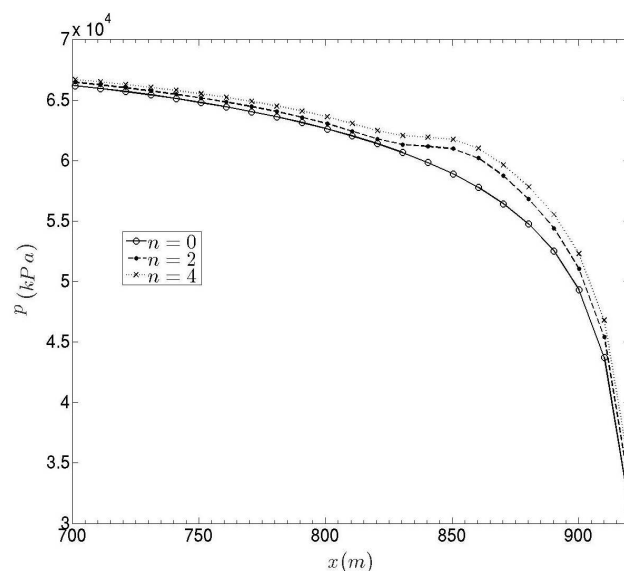


Figura 17: Perfis de pressão para diferentes números de aquecedores (ampliação). Fonte: os autores.

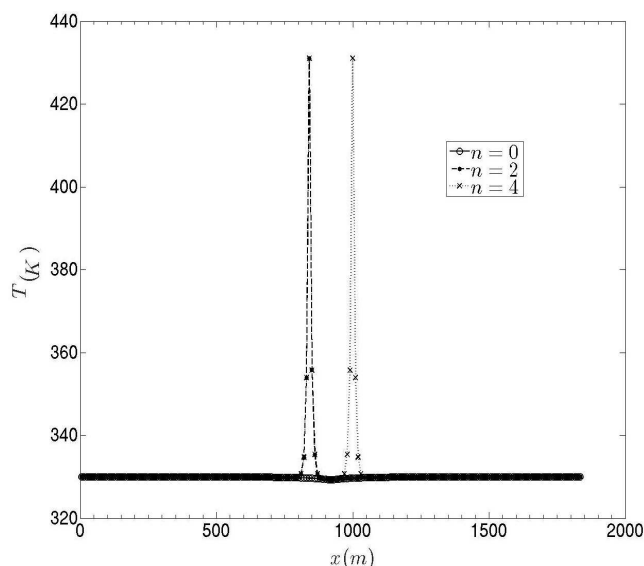


Figura 18: Perfis de temperatura para diferentes números de aquecedores. Fonte: os autores.

Os gráficos com os valores de pressão e temperatura podem se vistos nas Figuras 19 e 20. Com relação aos perfis de pressão, eles praticamente não sofreram interferência devida ao uso das três configurações estudadas. Diferentemente, no caso dos perfis de temperatura maiores diferenças são percebidas nas proximidades dos poços aquecedores.

Para a pressão e o tempo final de produção, obteve-se valores nas células que contêm o poço produtor iguais a 34.258,5 kPa, 34.511,5 kPa e 34.067 kPa para as configurações 1., 2. e 3. respectivamente. No caso do arranjo com oito aquecedores (3.), 4 poços não se encontravam exatamente distanciados de 80 metros do poço produtor, por estarem posicionados nos vértices de um quadrado cujo centro era o poço produtor. Contudo, os valores

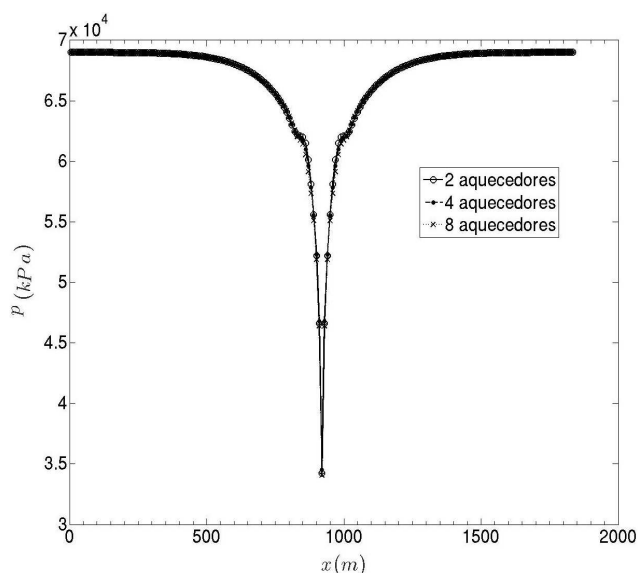


Figura 19: Perfis de pressão para diferentes arranjos. Fonte: os autores.

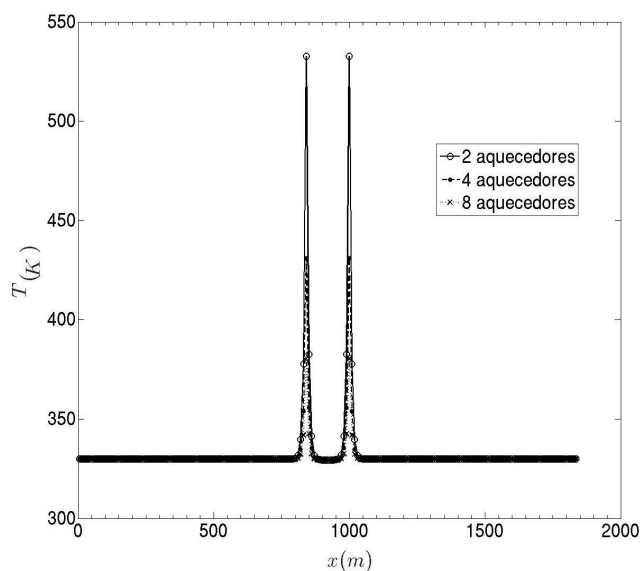


Figura 20: Perfis de temperatura para diferentes arranjos. Fonte: os autores.

mostram que a distribuição dos aquecedores acarreta em variações de pressão e temperatura, que podem levar a um resultado final de preservação da energia do reservatório diferente devido ao efeito cumulativo obtido em cada um dos arranjos. Na prática, costuma-se repetir a distribuição de um dado arranjo ao longo do reservatório.

5 Conclusões

Os resultados das simulações numéricas realizadas mostram que o método de aquecimento estudado possui viabilidade técnica, do ponto de vista dos resultados obtidos para a pressão no reservatório, o que também já

foi relatado em outros trabalhos voltados para a simulação numérica e para a análise de campo. A manutenção da pressão é função, como mostrado, das diversas propriedades de fluido e de rocha envolvidas no fenômeno modelado e da estratégia de aquecimento adotada.

Cabe ressaltar que, quando comparado a outros métodos de recuperação, existem vantagens e desvantagens no uso da técnica de aquecimento não convencional utilizada, sendo necessária uma análise técnica-econômica quando da decisão sobre a aplicação ou não dos poços aquecedores. No caso dos custos de operação, é necessário avaliar os gastos necessários para o fornecimento de energia e para a manutenção dos equipamentos de aquecimento, bem como os investimentos com a perfuração dos poços de aquecimento. Contudo, outras técnicas, como a injeção de água, também podem apresentar custos elevados de instalação e operação. Portanto, um estudo comparativo é necessário, o qual poderá indicar, inclusive, o uso compartilhado de diferentes técnicas de recuperação [27]. Assim sendo, a simulação numérica pode ser muito útil no sentido de fornecer subsídios para que as equipes de gerenciamento de reservatórios possam estudar diferentes cenários e optar pelas melhores estratégias.

Do ponto de vista numérico, a solução usando a decomposição de operadores apresentou resultados satisfatórios e fisicamente corretos. A construção de rotinas genéricas para tratar dos dois sistemas pentadiagonais para a pressão p e a temperatura T , usando o método de Gradientes Conjugados, se mostrou uma alternativa atrativa para a resolução dos sistemas de equações algébricas.

Ressalta-se, também, que uma contribuição importante deste trabalho foi o uso de um modelo a uma equação [18] para a determinação da temperatura do reservatório, não admitindo-se a hipótese do equilíbrio térmico local. Outros trabalhos, no contexto da decomposição de operadores, consideram na resolução da transferência de calor em meios porosos que a temperatura da rocha é igual a temperatura do fluido [11, 12, 14], que é uma hipótese mais restritiva que a adotada aqui.

6 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro fornecido pelo CNPq e pela FAPERJ.

Referências

- [1] Rosa, Carvalho e Xavier (2006) *Engenharia de Reservatórios de Petróleo*. Interciência, Rio de Janeiro, Brasil.
- [2] Ezekwe, N. (2011) *Petroleum Reservoir Engineering Practice*. Prentice Hall, Boston, MA, USA.
- [3] Thomas, J. E. (2004) *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. Interciência (*Handbook of Petroleum Exploration and Production 3*), Rio de Janeiro, Brasil.

- [4] Bientinesi, M. et al. (2013) A radiofrequency/microwave heating method for thermal heavy oil recovery based on a novel tight-shell conceptual design. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 18–30.
- [5] Davletbaev, A., Kovaleva, L. and Babadagli, T. (2011) Mathematical modeling and field application of heavy oil recovery by radio-frequency electromagnetic stimulation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 646–653.
- [6] Rangel-German, E. R., Schembre, J., Sandberg, C. and Kovscek, A. R. (2004) Electrical-heating-assisted recovery for heavy oil. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 18–30.
- [7] Kovscek, A. R. (2012) Emerging challenges and potential futures for thermally oil recovery. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 130–143.
- [8] Afsar C. and Akin, S. (2016) Solar generated steam injection in heavy oil reservoirs: A case study. *Renewable Energy*, 83–89.
- [9] Bera, A. and Babadagli, T. (2015) Status of electromagnetic heating for enhanced heavy oil/bitumen recovery and future prospects: A review. *Applied Energy*, 206–226.
- [10] Holden, H., Karslen, K. and Trygve, K. (2013) Operator splitting for well-posed active scalar equations. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 152–180.
- [11] Rousset, M. (2010) *Reduced-order modelling for thermal simulation*. Tese de doutorado, Stanford University, EUA.
- [12] Dyrdaahl, J. (2014) *Thermal flow in fractured porous media and operator splitting*. Dissertação de mestrado, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.
- [13] Maes, J., Muggeridge, A. H., Jackson, M. D., Quintard, M. and Lapene, A. (2015) Modelling in-situ upgrading of heavy oil using operator splitting method. *Computational Geoscience*, 183–194.
- [14] Vennemo, S. B. (2016) *Multiscale Simulation of Thermal Flow in Porous Media*. Dissertação de mestrado, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.
- [15] Alpak, F., Vink, J. C., Gao, G. and Mo, W. (2013) Techniques for effective simulation, optimization, and uncertainty qualification of the in-situ upgrading process. *Journal of Unconventional Oil and Gas Resources*, 1–14.
- [16] Dandekar, A. Y. (2013) *Petroleum Reservoir Rock and Fluid Properties*. CRC Press, USA.
- [17] Tiab, D. and Donaldson, E. C. (2004) *Petrophysics, Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*. Second edition, Gulf Professional Publishing, Burlington, USA.
- [18] Moyne, C., Didierjean, S., Amaral Souto, H. P. and da Silveira, O. T. (2000) Thermal dispersion in porous media: one-equation model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 3853–3867.
- [19] Ertekin, T., Abou-Kassem, J. H. and King, G. R. (2001) *Basic Applied Reservoir Simulation*. Society of Petroleum Engineers (SPE Textbook Series 7), Richardson, USA.
- [20] Abou-Kassem, J. H., Ali, S. M. and Islam, M. R. (2006) *Petroleum Reservoir Simulation, A Basic Approach*. Gulf Publishing Company, Houston, USA.
- [21] Chen, Z., Huan, G. and Ma, Y. (2006) *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA.
- [22] Peaceman, D. W. (1983) Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with non-square grid blocks and anisotropic permeability. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 531–543.
- [23] Islam, M. R., Mousavizadegan, S., Mustafiz, S. and Abou-Kassem, J. H. (2010) *Advanced Petroleum Reservoir Simulation*. Scrivener Publishing LLC., Salem, USA.
- [24] Singh, A. K., Goerke, U. J. and Kolditz, O. (2011) Numerical simulation of non-isothermal compositional gas flow: application to carbon dioxide injection into gas reservoirs. *Energy*, 3446–3458.
- [25] Chen, Z., Huan, G. and Li, B. (2004) An improved IMPES method for two-phase flow in porous media. *Transport in Porous Media*, 361–376.
- [26] Saad, Y. (2003) *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. Second edition, Society of Industrial and Applied Mathematics, USA.
- [27] Manichand, R. N. (2002) *Análise do Desempenho do Aquecimento Eletromagnético na Recuperação de Reservatórios de Petróleo*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.

Ao Henrique João Amaral Souto
In memoriam

Planejamento Fatorial no Experimento do Pêndulo Simples

Rafael de Assis Borges, engenheiro civil

Herbert Antônio Moreira Severino, engenheiro mecânico

Mestrando em Integridade de Materiais da Engenharia, UnB - Universidade de Brasília, Brasil.

Received: _15 June 2018_ / Accepted: _10 July 2018_ / Published: _20 October 2018_.

Resumo: O objetivo deste trabalho é analisar quais fatores influenciam o movimento de um pêndulo simples. Para isso, dois pêndulos paralelos foram utilizados. A leitura das respostas (tempo de oscilação) foi iniciada após a liberação do primeiro pêndulo. O experimento foi conduzido tendo o pêndulo que recebeu o impacto como objeto da investigação. Quatro fatores foram medidos alternadamente: ângulo, massa, comprimento e número de oscilações. Após a análise, concluiu-se que apenas o ângulo, o comprimento e o número de oscilações provocaram efeitos significativos.

Palavras-chave: pêndulo, planejamento fatorial, ANOVA.

Abstract: The aim of this work was to analyze which factors influence the movement of a simple pendulum. To do this, two parallel pendulums were used. The reading of the responses (oscillation time) was initiated after releasing the first pendulum, and the experiment was conducted having the pendulum that received the impact as the object of the investigation. Four factors were measured alternately: angle, mass, length and number of oscillations. After the analysis, it was concluded that only angle, length and number of oscillations caused significant effects.

Key words: pendulum, factorial design, ANOVA.

1. Introdução

A Física experimental é uma ferramenta indispensável para o professor, tanto na escola média como na universidade, sendo a prática uma forma

construtivista do conhecimento. Há inúmeras experiências disponíveis em livros, revistas de divulgação científica, internet, entre outros meios. Nem sempre são realizadas observações cautelosas ao se proceder com experimentos, e muitas vezes os resultados são inesperados. Por isso é preciso ter um olhar mais crítico aos diversos fatores que podem influenciar os resultados de um experimento [5].

Um pêndulo é um sistema composto por uma massa acoplada a uma haste que permite sua livre

Autor Correspondente: Rafael de Assis Borges, Engenheiro Civil, mestrando em Integridade de Materiais da Engenharia, Universidade de Brasília, eng.rafaelmiro@hotmail.com.



movimentação. A massa fica sujeita à força restauradora causada pela gravidade [3]. Neste trabalho analisa-se o resultado do tempo em que o pêndulo atinge um número de oscilações pré-estabelecidas, variando, além do número de oscilações, a massa acoplada, o comprimento da haste e o ângulo de soltura inicial.

Planejar experimentos é definir uma sequência de coletas de dados experimentais para atingir certos objetivos [4]. Dentre os métodos de planejamento experimental disponíveis na literatura, o planejamento fatorial é o mais indicado quando se deseja estudar os efeitos de duas ou mais variáveis de influência, sendo que em cada tentativa ou réplica, todas as combinações possíveis dos níveis de cada variável são investigadas [1].

Cabe ressaltar que se faz necessário ter um conhecimento prévio do sistema em estudo para que seja criteriosamente estabelecida a seleção de variáveis empregadas, assim como dos níveis em que estas foram ensaiadas, além da resposta utilizada no planejamento [2].

A análise que é feita neste trabalho com o pêndulo, segue a metodologia de um Planejamento Fatorial 2^k , onde k é o número de fatores observados e 2 indica que são dois níveis de trabalho para cada fator.

2. Descrição do Experimento: Fatores de Entrada e Resposta

O experimento foi montado para dois pêndulos (Figura 1) no Laboratório de Física da FGA/UnB Gama/DF. O intuito não foi o de aprofundar o entendimento do comportamento físico, nem de trazer algo inovador para este experimento, o qual é bastante realizado em aulas de física. O objetivo principal foi o de aplicar as técnicas de planejamento fatorial de dois níveis. Para isso foram analisados 4 fatores que são apresentados na Tabela 1.

A matriz de planejamento é apresentada na Tabela 2. A resposta resultante deste experimento é dada em segundos por se tratar do tempo em que se chegou ao

número de oscilações definidas para cada ensaio. Foi dividida a média das respostas pelo número de oscilações a fim de proporcionalizar a resposta referente a cada nível; do contrário estaríamos superestimando os valores de uma em relação à outra.

A partir da matriz de planejamento podemos formar a tabela de coeficientes de contraste multiplicando os sinais das colunas apropriadas para obter as colunas correspondendo às interações (Tabela 3); essa tabela de coeficientes de contraste chamaremos aqui de “matriz de sensibilidade”.

3. Análise Experimental

Para a análise experimental foram empregados os *softwares* MATLAB e Minitab. A primeira parte do trabalho é constituída pelo cálculo dos efeitos e dos coeficientes do modelo estatístico do experimento. Esses parâmetros são calculados através da matriz de sensibilidade com os níveis codificados. Depois de calculados os efeitos e os coeficientes, uma vez elaborado o modelo estatístico com um intervalo de confiança de 95%, faz-se uma análise de variância (ANOVA) para ajuste do modelo.

Chamando a matriz de sensibilidade mostrada na Tabela 3 de $\mathbf{X}$ (usaremos letras em negrito para indicar que são entes matriciais), com entradas +1 ou -1, podemos calcular todos os efeitos, a menos dos divisores, fazendo o produto $\mathbf{X}^t \cdot \mathbf{y}$, onde $\mathbf{y}$ é o vetor coluna contendo os respostas médias dos ensaios; dividindo o primeiro elemento por 16 e os demais por 8 obtemos o vetor dos efeitos.

Como as observações individuais foram realizadas em duplicidade, a estimativa conjunta da variância de uma observação individual é dada pela equação (1),

$$\hat{V}(y) = s^2 = \frac{\sum d_i^2}{2N} \quad (1)$$

onde d_i é a diferença entre as duas observações correspondentes ao i -ésimo ensaio e N é a quantidade de respostas. Essa expressão também pode ser posta na forma de um produto escalar. Chamando de $\mathbf{d}$ o vetor

coluna das diferenças entre os ensaios, podemos escrever, conforme a equação (2),

$$s^2 = \frac{d'd}{2N} = 5,6375 \cdot 10^{-5}. \quad (2)$$

A variância conjunta, por sua vez, é dada pela equação (3) e o desvio padrão (σ) é a sua raiz,

$$\begin{aligned} \hat{V}(\text{efeito}) &= \frac{s^2}{2^{k-1}} = 7,0469 \cdot 10^{-6} \rightarrow \\ \rightarrow \sigma &= \sqrt{7,0469 \cdot 10^{-6}} = 0,0027 \end{aligned} \quad (3)$$

Depois de realizar todos os passos apresentados, é feito por meio do *software* Minitab a Análise de Variância (ANOVA). A ANOVA é o método mais usado para se avaliar numericamente a qualidade do ajuste de um modelo; trata-se de uma técnica estatística que permite avaliar afirmações sobre as médias de populações. A análise visa, fundamentalmente, verificar se existe uma diferença significativa entre as médias e se os fatores exercem influência em alguma variável dependente. Para fazer a análise da variância de um modelo, começamos com uma decomposição algébrica dos desvios das respostas observadas em relação à resposta média global [1].

A Tabela 4 mostra os resultados referentes à ANOVA.

O modelo estatístico é montado conforme a equação (4),

$$\begin{aligned} \hat{y}(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \\ &+ \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 \\ &+ \beta_{14} x_1 x_4 + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{24} x_2 x_4 \\ &+ \beta_{34} x_3 x_4 + \beta_{123} x_1 x_2 x_3 + \beta_{124} x_1 x_2 x_4 \\ &+ \beta_{134} x_1 x_3 x_4 + \beta_{234} x_2 x_3 x_4 + \beta_{1234} x_1 x_2 x_3 x_4 \\ &+ \varepsilon(x_1, x_2, x_3, x_4) \end{aligned} \quad (4)$$

Os coeficientes desta equação (representados pela letra β) representam valores populacionais dos efeitos por unidade das variáveis codificadas. A estimativa desses coeficientes é calculada pela equação (5),

$$b = X^{-1} \cdot y \quad (5)$$

Para montagem deste modelo é adotado um intervalo de confiança de 95% de modo a saber quais coeficientes são significativos. No MATLAB é encontrado t_v usando $\text{tinv}(0.025, v)$ onde v é o número de graus de liberdade, no presente estudo, o número de respostas. Obtendo esse valor com o MATLAB é calculado o intervalo de confiança através da equação (6),

$$|\text{efeito}| > t_v \cdot \sigma = (2,1199) \cdot (0,0027) = 0,0056 \quad (6)$$

Como foram realizados 16 ensaios, temos 15 efeitos e 1 efeito referente à média. A Tabela 5 apresenta os efeitos, erros e coeficientes.

A partir daí, pode-se construir o modelo estatístico do experimento (equação (7)),

$$\begin{aligned} \hat{y} &= 1,0227 + 0,0037[A] + 0,0019[B] \\ &+ 0,0912[C] - 0,0067[D] - 0,0044[AD] \\ &+ 0,0019[BC] + 0,0026[BCD] \end{aligned} \quad (7)$$

atentando-se para uma estimativa dos efeitos com base no erro estimado (desvio); quando há possibilidade do efeito ser 0 (zero), consideramo-lo não-significativo, sendo então descartado do modelo. Para um intervalo de confiança de 95%, são mostrados na Tabela 6 os efeitos que têm significância.

De posse dos valores apresentados na Tabela 6, pode-se montar a equação do modelo ajustada. Nota-se que somente os efeitos principais 1, 3 e 4, e os de segunda ordem são significativos. Sendo assim, a equação (8) apresenta o modelo ajustado,

$$\begin{aligned} \hat{y} &= 1,0227 + 0,0037[A] + 0,0912[C] \\ &- 0,0067[D] - 0,0044[AD] \end{aligned} \quad (8)$$

3.1 Análise Gráfica do Modelo

Os gráficos do modelo foram gerados por meio do Minitab. Na análise normal dos efeitos padronizados (Figuras 2 e 3) verifica-se que há total coerência com o resultado calculado para o modelo ajustado, uma vez que, no Minitab, o gráfico normal foi plotado com 95% de confiança.

Vemos imediatamente que os pontos centrais se ajustam muito bem a uma reta que cruza a probabilidade acumulada de 50% praticamente sobre o ponto zero do eixo das abscissas. Faz sentido, portanto, considerar esses pontos como vindos de uma população normal de média zero. Ou seja: eles representam "efeitos" sem nenhum significado físico.

O mesmo já não podemos dizer dos outros valores, que estão identificados com os números dos efeitos que representam. Dificilmente poderíamos pensar que esses pontos, tão afastados da reta, pertençam à mesma população que produziu os pontos centrais. Devemos interpretá-los, então, como efeitos realmente significativos, e tanto mais significativos quanto mais afastados estiverem da região central, seja para a direita, seja para a esquerda. Neste caso, os pontos mais distantes e, consequentemente, que podemos considerar seus efeitos significativos, são A, C, D e AD.

Os gráficos normais também nos ajudam a avaliar a qualidade de um modelo qualquer, seja ele relacionado com um planejamento fatorial ou não. Um modelo bem ajustado aos fatos, qualquer que seja a sua natureza, deve ser capaz de representar toda a informação sistemática contida nos dados. Os resíduos deixados por ele devem representar apenas a parte aleatória, isto é, o ruído embutido nas medições. O aspecto do gráfico normal desses resíduos deve ser compatível com o que esperaríamos de uma amostra aleatória extraída de uma distribuição normal de média zero. Ou seja, devem aproximar-se de uma reta passando pelo ponto $(x, Z) = (0, 0)$ [1].

Os resíduos observados não indicam erros grosseiros ou observações anômalas. Pela análise dos resíduos, o ajuste do modelo se mostra adequado, ou seja, a maior parte da variação total das observações é descrita pela equação de regressão, sendo uma pequena parte atribuída aos resíduos.

4 Conclusões

Um planejamento fatorial é muito importante em experimentação, como vimos neste trabalho; resultados satisfatórios são alcançados para análise do efeito de um determinado fator atuando no conjunto experimental com os outros fatores. As somas dos efeitos de determinados fatores têm resultados impressionantes, como foi o caso da interação AD (ângulo e número de oscilações). Pode-se observar também que a massa acoplada à haste não influencia significativamente as respostas do experimento.

Conforme a proposta deste trabalho, qual seja a de observar dentre os fatores analisados quais são os de maior significância, foi obtido um modelo estatístico do movimento do pêndulo. Por meio da análise gráfica conclui-se que apenas o ângulo, o comprimento, o número de oscilação e a interação do ângulo com o número de oscilação modelam o movimento do pêndulo.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES pelo incentivo financeiro à pesquisa.

Referências

- [1] Barros Neto, B., Scarminio, I.S., e Bruns, R.E., 2001, "Como Fazer Experimentos: Pesquisa e Desenvolvimento na Ciência e na Indústria". Editora Unicamp. 2ª Ed. 412 p.
- [2] Cunico, M.W.M., Cunico, M.M., Miguel, O.G., Zawadzki, S.F., Peralta-Zamora, P., Volpato, N., 2008, "Planejamento Fatorial: Uma Ferramenta Estatística Valiosa para a Definição de Parâmetros Experimentais Empregados na Pesquisa Científica". Visão Acadêmica. Vol. 9, No. 1, pp. 23-32.
- [3] Halliday, David; Resnick, Robert; Walker, J., 2009. Fundamentos de Física 2- Mecânica. 8. Ed. Rio de Janeiro: LTC.
- [4] Montgomery, D. C., 2013. "Design and analysis of experiments", Ed. Hoboken, 8th ed., 730 p.
- [5] Vilela, E. F., 2013, Utilização do planejamento fatorial para a otimização do experimento do pêndulo, Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal de Alfenas/Unifal – MG, 38 p.



Figura 1. Arranjo experimental montado.

Tabela 1. Fatores em dois níveis e codificados.

Fatores		(-)	(+)
A :	Ângulo (graus)	25	40
B :	Massa (g)	305	610
C :	Comprimento (mm)	186	286
D :	Número de Oscilações	10	50

Tabela 2. Matriz de Planejamento Fatorial de dois níveis.

Ensaio	A	B	C	D	Tempo (s)		Média
1 e 17	-	-	-	-	9,4 (27)	9,2 (26)	0,93
2 e 18	+	-	-	-	9,4 (28)	9,4 (9)	0,94
3 e 19	-	+	-	-	9,4 (20)	9,2 (21)	0,93
4 e 20	+	+	-	-	9,6 (4)	9,4 (7)	0,95
5 e 21	-	-	+	-	11,1 (6)	11,1 (8)	1,11
6 e 22	+	-	+	-	11,3 (5)	11,3 (23)	1,13
7 e 23	-	+	+	-	11,1 (1)	11,2 (14)	1,115
8 e 24	+	+	+	-	11,3 (3)	11,3 (12)	1,13
9 e 25	-	-	-	+	46,3 (19)	46,6 (18)	0,929
10 e 26	+	-	-	+	46,4 (29)	46,3 (25)	0,927
11 e 27	-	+	-	+	46,8 (10)	45,9 (16)	0,927
12 e 28	+	+	-	+	45,8 (11)	46,1 (15)	0,919
13 e 29	-	-	+	+	54,9 (31)	54,8 (17)	1,097
14 e 30	+	-	+	+	55,3 (30)	55 (13)	1,103
15 e 31	-	+	+	+	55,5 (22)	55,9 (2)	1,114
16 e 32	+	+	+	+	55,6 (32)	55,6 (24)	1,112

Tabela 3. Matriz de Sensibilidade.

I	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 4. ANOVA pelo Minitab.

Fonte	GL	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor P
Regressão	4	0,268071	0,067018	884,67	0,000
Ângulo	1	0,000435	0,000435	5,74	0,024
Massa	1	0,000120	0,000120	1,59	0,219
Comprimento	1	0,266085	0,266085	3512,46	0,000
Número de Oscilações	1	0,001431	0,001431	18,89	0,000
Erro	27	0,002045	0,000076		
Falta de Ajuste	11	0,001143	0,000104	1,84	0,129
Erro Puro	16	0,000902	0,000056	*	*
Total	31	0,270117			
Sumário do Modelo					
S	R2	R2 (aj)			
0,0087037	99,24%	99,13%			

Tabela 5. Valores dos efeitos, erro da estimativa e coeficientes do modelo.

Interação	Efeitos		Desvio	Coeficientes	
I	1,0227	±	0,00135	1,0227	b0
A	0,0074	±	0,0027	0,0037	b1
B	0,0039	±	0,0027	0,0019	b2
C	0,1824	±	0,0027	0,0912	b3
D	-0,0134	±	0,0027	-0,0067	b4
AB	-0,0011	±	0,0027	-0,0006	b12
AC	0,0024	±	0,0027	0,0012	b13
AD	-0,0089	±	0,0027	-0,0044	b14
BC	0,0039	±	0,0027	0,0019	b23
BD	0,0001	±	0,0027	0,0001	b24
CD	-0,0014	±	0,0027	-0,0007	b34
ABC	-0,0021	±	0,0027	-0,0011	b123
ABD	-0,0024	±	0,0027	-0,0012	b124
ACD	0,0011	±	0,0027	0,0006	b134
BCD	0,0051	±	0,0027	0,0026	b234
ABCD	0,0016	±	0,0027	0,0008	b1234

Tabela 6. Valores dos efeitos e erro da estimativa com 95% de confiança.

Interação	Efeitos		Interv. de Confiança	
I	1,0227	±	0,0028	Significativo
A	0,0074	±	0,0056	Significativo
B	0,0039	±	0,0056	Não Significativo
C	0,1824	±	0,0056	Significativo
D	-0,0134	±	0,0056	Significativo
AB	-0,0011	±	0,0056	Não Significativo
AC	0,0024	±	0,0056	Não Significativo
AD	-0,0089	±	0,0056	Significativo
BC	0,0039	±	0,0056	Não Significativo
BD	0,0001	±	0,0056	Não Significativo
CD	-0,0014	±	0,0056	Não Significativo
ABC	-0,0021	±	0,0056	Não Significativo
ABD	-0,0024	±	0,0056	Não Significativo
ACD	0,0011	±	0,0056	Não Significativo
BCD	0,0051	±	0,0056	Não Significativo
ABCD	0,0016	±	0,0056	Não Significativo

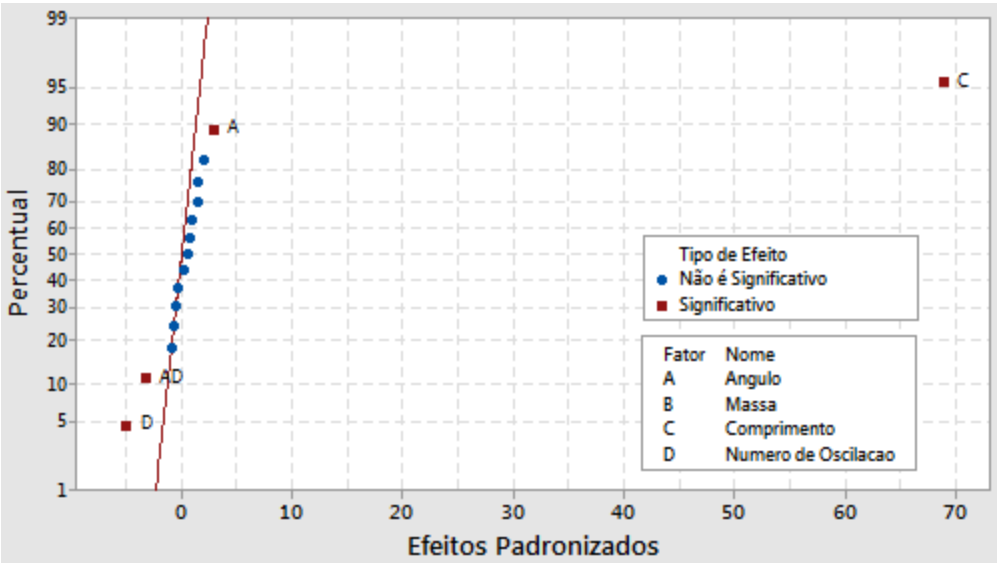


Figura 2. Gráfico Normal dos Efeitos Padronizados.

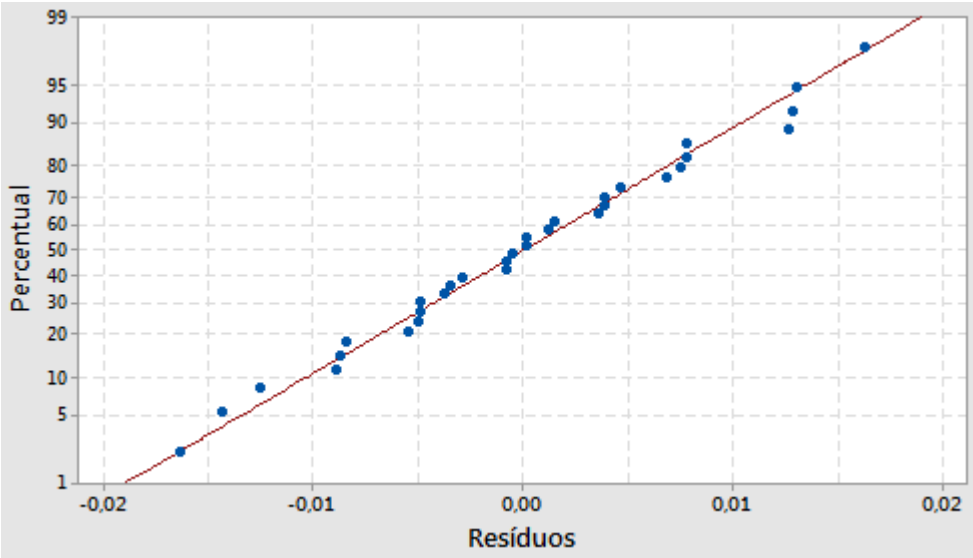


Figura 3. Gráfico Normal dos Resíduos.

On the Thermodynamics of Urban Environments

The Thermal Potential of the Cities

Nilo Serpa

Faculdade ICESP de Brasília, Brasil.

Received: 15 May 2018 / Accepted: 04 September 2018 / Published: 20 October 2018.

Abstract: Present article proposes the application of the concept of entropy in the study of the environmental impacts generated by a city. It is taken a strictly thermodynamic approach of cities as heat sinks that generate entropy. The formalism of caloric field theory is adopted to establish the relationship between entropy caused by thermal exchanges and the physical environmental parameters considered. The notion of evolutionary global time is introduced in order to treat entropy more objectively in the context of thermodynamics. A table with the rates of change of entropy in some cities is generated.

Key words: Entropy, thermodynamics, irreversible processes, caloric field theory.

Resumo: O presente artigo propõe a aplicação do conceito de entropia no estudo dos impactos ambientais gerados por uma cidade. É feita uma abordagem estritamente termodinâmica das cidades como dissipadores térmicos geradores de entropia. O formalismo da teoria dos campos calóricos é adotado para estabelecer a relação entre a entropia produzida pelas trocas térmicas e os parâmetros físicos ambientais considerados. O conceito de tempo global evolutivo é introduzido por modo de tratar a entropia de maneira mais objetiva no contexto da termodinâmica. É gerada uma tabela com as taxas de variação da entropia em algumas cidades.

Palavras-chave: Entropia, termodinâmica, processos irreversíveis, teoria de campo calórico.

1. Introduction

The concept of entropy is one of the least understood and at the same time one of the most evoked in sciences, pseudo-sciences and semi-sciences. Bunge, in his Dictionary of Philosophy, observes that: “*Há dois conceitos técnicos de entropia*

diferentes e não relacionados, a saber: o físico e o informacional. Nenhum deles é relevante para a filosofia, embora a palavra ‘entropia’ seja uma favorita entre os filósofos pops”¹[2]. Also, Bunge highlights a common wrong idea: “[...] the interpretation of entropy as a measure of our ignorance is invalid, for it involves the erroneous identification of

Corresponding Author: Nilo Silvio Costa Serpa, ICESP, nilo.serpa@icesp.edu.br.

¹ There are two different and unrelated technical concepts of entropy, namely: the physical and the informational. None of them is relevant to philosophy, although the word 'entropy' is a favorite among pop philosophers. (author's free translation).



statistical mechanics with epistemology” [1], and he continues saying that it is abusive to “[...] reduce entropy increase to loss of human information about the system, for this deprives statistical mechanics and thermodynamics of objectivity” [1]. Most of these claims are correct except for one. I would agree with Bunge on the lack of value of the concept of entropy for philosophy if he had not repeated the misconception of negentropy [1]. The fact is that there is no “negative entropy”, but rather “entropy deceleration” (just as it does not make sense to speak of negative movement, but acceleration and deceleration). Entropy is a quantity that can only grow. Its deceleration gives the impression that it has been reversed, as each accelerating state is able, under certain circumstances, to trigger surprisingly organized processes (for instance, frequent aerobic exercise increases secondary vascularization, producing microvessels that reduce the risk of fatal vascular accidents, although the aging of the organism continues to progress, at best, to natural organ failure).

From there one can already see how much nonsense is expected when searching the subject. Of course, this almost universal appeal to entropy, from thermodynamics to economics, through biology and information theory, reflects at least a feeling that it is fundamental, yet little understood (postmodern sociologists and systemic-minded management theorists use entropy in a way that promotes obscurantism rather than enlightenment). There are two main facts that compose the misunderstandings surrounding entropy: firstly, the more technical, concerns the distancing from its thermodynamical origins; secondly, the more subjective, concerns the excesses of voluntarist and imaginationist idealism. In

the first case, issues are discussed by an unqualified *quorum*. In the second case, speculation comes not from scientific plausibility, but from gratuitous fiction.

Serious and competent authors have defined entropy in slightly different but equivalent ways. Ultimately, we can understand it as 1) the magnitude that quantifies the thermodynamical degradation of a system, and 2) the quantity that describes the incapacity of a system to process (convert) energy. Hence it is seen that remote associations of entropy with degenerating systems must go through thermodynamics, albeit indirectly, but not by mere formal analogies.

It is true that all human activity on the planet consumes energy. The problem is how to formalize this consumption in terms of the second law of thermodynamics, when the theoretical physical aspects of the system in question are not so evident. Depending on the scale of the system, however, it is possible to create a thermal emissivity representation; an urban system would be a good example. A great city, being the center of complex and diversified human relations, bears a thermodynamical image if we think of the heat dissipated in traffic, civil construction works, industrial machines, mobile telephony, human bodies, residential lamps, public lighting, and so on. However, the main objective of this work is to construct not a complete thermodynamical image but a starting point for more precise researches on the control variables necessary for an effective urban management of energy and wastes from its dissipation.



2. Methods and Applications

Climatology is a very complex science, so if we were to analyze urban climatic phenomena in their particularities, we would most likely find ourselves in trouble in a tangle of possibilities, some of which considered controversial. Fortunately, present macroscopic approach allows us to observe an object with middling homogeneous areas under the prism of its global thermal emissions, something that considerably simplifies the analysis in progress.

There is no scarcity of imagery devices to aid modern urban climate studies. With the increasing development of satellite imagery systems, the images produced have come to constitute an important tool for observing and analyzing climatic phenomena, particularly with respect to urban environments. Images from the NOAA / AVHRR satellite (spatial resolution of 1.1 km at Nadir) are applicable to climatic studies of large urban centers, while images from the Landsat 5 and 7 satellites, with spatial resolutions of 120 and 60 meters, respectively, have provided support to the study of configuration and thermal variation in the intra-small size. Faced with so many resources, several authors have been working on the theme of urban heat [3, 4, 5, 14].

The concept of caloric field is in fact a deepening of the idea of thermal field [10, 11, 12, 13] with the main difference that the field is described in its evolution as being a complex scalar associated with its own entropy by a field equation,

$$\partial_q \partial^q \xi + 1 - \gamma^2 \xi - 2 \ln |\xi| = 0, \quad (1)$$

where ξ is the field and γ is the opacity of the medium. In fact, this construct may be generalized to varied contexts of thermal irradiation, although the gauging only manifests beneath an intense field, where thermochemical transformations occur from a certain amount of matter in interaction with the field². That equation of field evolution is deduced from a Lagrangian density whose role is precisely to establish a coded symmetry for derivation of the equations of “motion” of the system in question. The complex scalar representation was chosen to ensure an always positive entropy according to the field equation; also, it generalizes the formalism so that, when gauging is applicable, it becomes technically useful. So, for instance, let us take the caloric field

$$\xi = e^{i2n\gamma q - \vartheta}$$

with its conjugate

$$\xi^\dagger = e^{-i2n\gamma q - \vartheta},$$

where q is the generalized coordinate, n is the polytropic index, and ϑ is the refractive index of the medium. The polytropic regime assumption is in fact a simplifier hypothesis³ [13]. Lagrangian density is given by

² In the theory of caloric fields, the gauge field is closely linked to the appearance of the so-called “minimal thermal mass factor of dynamic interaction”, which responds by a massive feedback to the original field due to the thermochemical interaction between field and matter under high temperatures.

³ To the real conditions of the troposphere of Earth corresponds the state with the polytropic thermal stratification. I assume that the whole atmosphere has a polytropic stratification (vertically finite).

$$\mathcal{L} = \partial_q \xi^\dagger \partial^q \xi - |\xi|^2 - \gamma^2 |\xi|^2 \ln |\xi|^2. \quad (1.a)$$

Application of Noether's theorem shows that there is a conserved caloric strength Q ,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_q \xi)^\dagger} (\partial_q \xi)^\dagger + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^q \xi)} (\partial^q \xi) - \mathcal{L} = Q \quad (1.b)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_q \xi)^\dagger} \partial_q \xi^\dagger + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^q \xi)} \partial^q \xi - \partial_q \xi^\dagger \partial^q \xi + |\xi|^2 - \gamma^2 |\xi|^2 \ln |\xi|^2 = Q$$

$$\partial_q \xi^\dagger \partial^q \xi + \partial^q \xi^\dagger \partial_q \xi - \partial_q \xi^\dagger \partial^q \xi + |\xi|^2 - \gamma^2 |\xi|^2 \ln |\xi|^2 = Q \quad (1.c)$$

Derivatives of both fields are

$$\partial^q \xi = i2n\gamma e^{i2n\gamma q - \vartheta}$$

and

$$\partial_q \xi^\dagger = -i2n\gamma e^{-i2n\gamma q - \vartheta}$$

Second derivative of the first field is

$$\partial_q \partial^q \xi = 4n^2 \gamma^2 e^{i2n\gamma q - \vartheta}. \quad (2)$$

Substituting in field equation, it follows

$$-4n^2 \gamma^2 e^{i2n\gamma q - \vartheta} + 1 - \gamma^2 e^{i2n\gamma q - \vartheta} + 2\gamma^2 \vartheta e^{i2n\gamma q - \vartheta} = 0;$$

$$-4n^2 \gamma^2 + 2\gamma^2 \vartheta = 0;$$

$$\gamma^2 - 2\vartheta - 4n^2 - 1 = 0;$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 1 - 2\vartheta}}. \quad (3)$$

This is the expression of the opacity as a function of polytropic index and refractive index, remembering that the range of interest of the polytropic index is limited to $0 \leq n \leq 5$. For the air, with a significant degree of humidity, we may consider $n = 1.2$, which is approximately the value observed in Earth's atmosphere. Assuming the refractive index of the air equal to 1.0003 and substituting both values in expression (3), we obtain

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{4 \times 1.2^2 + 1 - 2 \times 1.0003}} = 0.458378.$$

This is the mean Earth's atmosphere opacity in normal conditions. It is noteworthy that field entropy, given by

$$S = \int -2\gamma^2 |\xi|^2 \ln |\xi|^2 dq, \quad (4)$$

is positive for any value of the field. To check this, take the expressions

$$|\xi|^2 = \xi \xi^\dagger = e^{i2n\gamma q - \vartheta} e^{-i2n\gamma q - \vartheta} = e^{-2\vartheta},$$

$$\ln |\xi|^2 = \ln \sqrt{\xi \xi^\dagger} = \ln \sqrt{e^{-2\vartheta}} = \ln e^{-2\vartheta / 2} = -\vartheta,$$

and replace in equation (4),

$$S = \int 2\gamma^2 e^{-2\vartheta} \vartheta dq \quad 0.05685q.$$

The generalized coordinate is a time function, not the time "t" of clocks but the global evolutionary time "τ" valued in the interval [0, 1]. Within this very small range, the growth of entropy can be excellently described by

$$S = 0.05685e^{\kappa\tau},$$

with

$$q = e^{\kappa\tau}.$$

By definition, the rate of entropy variation is given by

$$\frac{d^2 S}{d\tau^2} = 0.05685\kappa^2 e^{\kappa\tau}, \quad (5)$$

with κ being the average Sky View Factor (SVF) of the city. Since the entire lifetime of a city is undefined, and since the global evolutionary time range is very small, we can assume that the variable τ has "now" a very small value⁴ in generic time Units (tU), which would allow us to approximate the exponential function to 1. According to the table furnished by Middel et al [5], I adapted another table with the rate of entropy for some cities in the world (Table 1).

3. Discussion

Measuring the field we can evaluate the entropic trail that it leaves, and so, comparing different trails among distinct climatologically similar cities, we can establish a parameter of weighting indicative of the volume of irreversible processes that affect the environment in the immediate vicinity of each city. Note that the advancement of entropy was analyzed here only in terms of assumed natural environmental conditions. Both the refractive index and the opacity of the medium may vary significantly for anthropogenic reasons, thus affecting the rate of change of entropy. In this way, caloric field is only understood in its interaction with matter insofar as the only thing observed is the degradation of the system, not the entropy, not even the degradation of the field itself.

In present study, the concept of heat island was implicit in the entire large city. Important contributions in modeling local islands of heat were brought by Oke [6, 7, 8, 9], among which the relation between height-distance of buildings that led to the use of the above referred technique known as the SVF, expressed through the equality

$$dT_{\max} = 15.27 - 13.88 \times \text{SVF},$$

where $dT_{\max}$ = intensity of the heat island (°C) [8]. According to this formula, the author argues that the island of heat is increased or reduced because of the loss or heat gain of the radiation by the "obstruction index" of the sky. The SVF is still widely used today as one of the most efficient urban spatial indicators for radiation and thermal environmental assessment [14]. The obstruction index is similar to the blurring γ-factor (opacity) of the medium in the former caloric field

⁴ In fact, it is possible to relate clock time t to τ via Green's functions, but this is not the case to do this in present paper.

theory. In the original equation of the caloric field, the quantity $1 - \gamma^2$, named “luminothermic capacity”, acts on the field to express the influence of the environment. The opacity may be considered both from the point of view of the radiation that arrives from an external source, and from the radiation returned to the medium from a diffusing source heated on the terrestrial surface.

Lastly, it's interesting to note that conserved caloric strength implies

$$\frac{d}{d\tau} \left[\partial_q \xi^\dagger \partial^q \xi + |\xi|^2 - \gamma^2 |\xi|^2 \ln |\xi|^2 \right] = 0.$$

To verify, let us substitute the derivatives,

$$\frac{d}{d\tau} \left[4n^2 \gamma^2 e^{-2\vartheta} + e^{-2\vartheta} + \gamma^2 2 e^{-2\vartheta} \right] = 0,$$

which is true for any global time.

4. Conclusion

Present article showed a new approach of urban entropy based on the former concept of caloric field developed by Serpa (2016). From the field equation, considering only thermal effects of solar radiation on the urban environment, it was possible to give a satisfactory relation between the refractive index and the opacity of the medium, from which entropy and its rate of growth were obtained. Both opacity and refractive index largely mirror the level of local pollution. Also, the work discussed a global time variable as the most adequate to treat entropy, since the conventional lifetime of a city is undefined. It is hoped that this approach shall win adepts to improve the model with inclusion of anthropogenic parameters in order to build a more complete representation that helps studies in environmental economics and urban ecology. It is also expected that the model shall be applied to Brazilian cities.

References

- [1] Bunge, M. 1973. *Philosophy of Physics*, 1. ed. Boston, D. Reidel Publishing Company.
- [2] Bunge, M. 2002. *Dicionário de Filosofia*, 1. ed. São Paulo, Editora Perspectiva.
- [3] Li, X.; Li, W.; Middel, A.; Harlan, S.; Brazel, A.; Turner, B. 2016. “Remote Sensing of the Surface Urban Heat Island and Land Architecture in Phoenix, Arizona: Combined Effects of Land Composition and Configuration and Cadastral–Demographic–Economic Factors.” *Remote Sens. Environ*, v. 174, p. 233–243.
- [4] Gál, T.; Unger, J. 2014. “A New Software Tool for SVF Calculations Using Building and Tree-Crown Databases.” *Urban Climate*, v. 10, p. 594–606.
- [5] Middel, A. et al 2018. “Sky View Factor Footprints for Urban Climate Modeling.” *Urban Climate*, v. 25, p. 120-134.
- [6] Oke, T. 1978. *Boundary Layer Climates*. 2. ed. London, Ethuen & CO.
- [7] Oke, T. 1981. “Canyon Geometry and the Nocturnal Urban Heat Island: Comparison of Scale Model and Field Observations.” *Journal of Climatology*, v.1, p. 237-254.
- [8] Oke, T. 1982. “The Energetic Basis of the Urban Heat Island.” *Quat. J.R. Met. Soc.*, v.108, n455, p. 1-24.
- [9] Oke, T. 1988. “Street Design and Urban Canopy Layer Climate.” *Energy and Buildings*, v.11, p. 103-113.
- [10] Serpa, N.; Costa, I.; Franco Gonçalves, R. 2016. “A Thermal System Based on Controlled Entropy for Treatment of Medical Waste by Solar Energy.” *IFIP Advances in Information and Communication Technology*, v. 488, p. 789-797.
- [11] Serpa, N. 2017. “Controlled Entropy and Gauge Theory in Recycling Condensed Matter by Solar Energy.” *Journal of Physical Science and Application*, v. 7, p. 6-14.
- [12] Serpa, N. 2017. “Thesaurus Theoriis Circa Gravitatis et Cetera.” *CALIBRE - Revista Brasileira de Engenharia e Física Aplicada*, v. 2 supl., p. 3-78.

[13] Serpa, N. 2018. "Sur l'Entropie Contrôlée des Systèmes: Transformations de la Matière Condensée (On the Controlled Entropy of the Systems: Condensed Matter Transformations)." *CALIBRE - Revista Brasileira de Engenharia e Física Aplicada*, v. 3 supl., p. 1-123.

[14] Zeng, L.; Lu, J.; Li, W.; Li, Y. 2018. "A Fast Approach for Large-Scale Sky View Factor Estimation Using Street View Images." *Building and Environment*, v.135, p. 74-84.

Table 1 – Average entropy rate for some cities.

CITY	SVF (average)	AVERAGE ENTROPY RATE (J/°K.tU ²)
Manhattan	0.545	0.016886
Paris	0.586	0.019522
Singapore	0.595	0.020126
Seoul	0.680	0.026287
Tokyo	0.693	0.027302
Vancouver	0.713	0.028901
Philadelphia	0.720	0.029471
Bonn	0.746	0.031638
San Francisco	0.811	0.037391

Source: adapted by the author from Middel et al, 2018.

