

COMPARAÇÃO DE VALORES DE FREQUÊNCIA NATURAL OBTIDOS EM DIFERENTES SISTEMAS

COMPARISON OF NATURAL FREQUENCY VALUES OBTAINED IN DIFFERENT SYSTEMS

BENTES, Flavio Maldonado¹

RESUMO: o trabalho se resume no estudo comparativo e obtenção dos valores de frequência natural para quatro tipos diferentes de vigas, considerando a mesma geometria (área da seção e comprimento) e tipo de material. A comparação da frequência natural obtida para diferentes estruturas teve por objetivo explicitar como seus valores podem oscilar em função das diferentes configurações de projeto. A partir dos resultados encontrados buscou-se discutir os aspectos físicos, abrangência e aplicabilidade, bem como a possibilidade de elaboração de modelos em continuidade ao estudo apresentado.

Palavras-chave: Sistemas; Vibrações Mecânicas; Frequência Natural.

ABSTRACT: This work is summarized in the comparative study and obtaining the natural frequency values for four different types of beams, considering the same geometry (section area and length) and material type. The comparison of the natural frequency obtained for different structures was intended to explain how their values may fluctuate as a function of different design configurations. From the results we sought to discuss the physical aspects, scope and applicability, as well as the possibility of elaboration of models in continuity to the presented study.

Keywords: Systems; Mechanical Vibrations; Natural Frequency.

1. INTRODUÇÃO

O estudo de vibrações mecânicas é indiscutivelmente importante, tendo em vista o emprego de dispositivos mecânicos nos mais diferentes setores da indústria. Becker (2006) afirma que a vibração está presente em qualquer sistema mecânico que se mova, diferindo de um sistema para outro apenas em nível e conteúdo espectral.

Para Silva (2012) o papel do engenheiro que trabalha com projetos mecânicos é buscar maior eficiência na concepção de novas máquinas com redução de gastos, visando sempre aumentar a lucratividade.

De acordo com Holanda (2016), na engenharia, o estudo das vibrações é um item de alta criticidade, visto que os efeitos das vibrações são, em alguns casos, catastróficos, quando se considera o desgaste prematuro dos elementos mecânicos resultando em falhas por fadiga do material e rupturas causadas por cargas dinâmicas.

Pode-se dizer que a amplitude de aplicações é diversa, tendo em vista a necessidade cada vez maior de sofisticação, variabilidade de materiais e dispositivos que não estejam susceptíveis às

¹ Doutor em Engenharia Mecânica pela COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil (flavio.bentes@gmail.com)

nocividades oriundas de falhas estruturais de projetos que não levaram em conta fatores associados à vibração existentes.

Pode-se dizer que nas últimas décadas a engenharia estrutural tem registrado diversos casos de problemas de vibrações em estruturas sob a ação de carregamentos dinâmicos em decorrência de estruturas mais esbeltas, flexíveis e com menores seções transversais e mais susceptíveis às ações de natureza dinâmica (Varela, 2004; Silva e Vasconcelos, 2010; Bolina et al, 2014).

Uma grande preocupação por parte dos engenheiros projetistas se dá pela atuação de uma força cuja frequência de excitação seja muito próxima ou exata à frequência natural amortecida de um ou mais componentes da máquina (INMAN, 2007).

Segundo Rao (2014), uma equação mais simples pode ser deduzida para a frequência fundamental da vibração transversal de uma viga ou de um eixo que suporta várias massas. Sendo assim, a curva de deflexão estática pode ser utilizada como aproximação da curva de deflexão dinâmica.

Segundo Borobia (2012), a característica mais importante da ressonância é que dá lugar a grandes deslocamentos, amplificando de maneira importante as vibrações do sistema.

Conforme Araújo et al (2015) a vibração de um sistema envolve a conversão da energia potencial em energia cinética e vice-versa. Se o sistema for amortecido, um valor de energia é dissipado em cada período de vibração.

No caso da indústria automobilística, por exemplo, é primordial que um veículo seja confortável, o que envolve condições satisfatórias de estabilidade, controle de vibrações, ruído, sem contar a necessidade de um *cockpit* que seja ergonômico o suficiente para que possa assim ser considerado atraente para clientes cada vez mais exigentes.

De acordo com Palmer et al. (2000), a vibração é apontada como um dos riscos ocupacionais mais comuns na indústria e também está diretamente ligada à incidência de dores nas costas em motoristas profissionais.

Para Bentes (2019), a utilização de diferentes tipos de materiais na indústria é advinda da necessidade de fabricação de produtos com especificidades peculiares a um determinado processo produtivo.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Segundo Borobia (2012), os termos movimento, oscilação e vibração não são sinônimas. Sendo assim, para o autor vibração é uma oscilação e toda oscilação é um movimento, mas esta afirmação não pode ser feita no sentido inverso. Assim, uma roda se move, mas não oscila, e um pêndulo simples oscila, mas não vibra.

Inicialmente será feito o cálculo da frequência natural cíclica, levando-se em consideração tipos distintos de configurações de vigas.

Utilizou-se para o problema uma barra de 1 m de comprimento com seção retangular de 20 mm de largura por 5 mm de altura. O momento de inércia calculado para a seção retangular é de $2,083 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$.

O material utilizado foi o aço carbono comum, com peso específico médio de 7850 kg/m³, que para a geometria estudada nos fornece uma massa de 0,785 kg, uma vez que massa pode ser obtida pelo produto do volume pelo peso específico.

Também foi considerado um módulo de elasticidade longitudinal (módulo de Young) equivalente a 200 GPa.

3. RESULTADOS

De acordo com Machado (2010), as frequências naturais cíclicas para vigas bi apoiadas, bem como para vigas engastadas-apoiadas, podem ser obtidas, respectivamente, pelas equações 1 e 2:

$$fn = \frac{9,87}{2\pi} \left(\frac{EI}{ql^4} \right)^{0,5} \quad (1)$$

$$fn = \frac{15,4}{2\pi} \left(\frac{EI}{ql^4} \right)^{0,5} \quad (2)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material, também conhecido como módulo de Young, I é o momento de inércia, q é a massa e l é o comprimento da viga.

Ainda segundo Machado (2010), as frequências naturais cíclicas podem ser obtidas também para vigas bi engastadas e engastadas livres pelas equações 3 e 4, respectivamente.

$$fn = \frac{22,4}{2\pi} \left(\frac{EI}{ql^4} \right)^{0,5} \quad (3)$$

$$fn = \frac{3,52}{2\pi} \left(\frac{EI}{ql^4} \right)^{0,5} \quad (4)$$

Os dados referentes aos parâmetros geométricos, bem como do material explicitados em materiais e métodos foram aplicados nas equações especificadas para cada tipo de viga, produzindo resultados referentes às frequências naturais cíclicas. Ao multiplicarmos este valor por 2π se é

obtido o valor da frequência natural em radianos por segundo (rad/s). A tabela 2 apresenta a compilação destes valores.

Seguidamente, a partir dos valores obtidos para as frequências naturais, pois se sabe que $\omega_n = \sqrt{k/m}$, então a rigidez pode ser obtida pela equação 5.

$$k = \omega_n^2 m \quad (5)$$

A tabela 1 apresenta os valores calculados para as frequências naturais e rigidez, para cada tipo de viga.

Tabela 1 – valores calculados para as frequências naturais e rigidez

Tipo de viga utilizada	Frequência f_n (Hz)	Frequência natural ω_n (rad/s)	Rigidez k (N/m)
Bi apoiada	11,44	71,90	4058,30
Engastada-apoiada	17,86	112,19	9880,09
Bi engastada	25,97	163,18	20903,32
Engastada-livre	4,08	25,64	516,18

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabe-se que módulo de elasticidade longitudinal, também universalmente conhecido como módulo de Young é determinado através de ensaios de materiais utilizando-se corpos de prova. Por ser uma propriedade do material, seu valor é geralmente obtido por meio de ensaio de tração, uma vez que no regime elástico ele relaciona a tensão axial aplicada (força distribuída pela área da seção) com a deformação. Como as quatro situações envolveram o mesmo material, seu valor permaneceu inalterado.

A comparação da frequência natural obtida para diferentes estruturas explicitou como seus valores podem oscilar em função das diferentes configurações de projeto. Sendo assim, foram mantidas as geometrias da seção e comprimento da barra, mudando apenas, para fins de cálculo, o tipo de configuração utilizado para cada situação.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, A. S.; GONÇALVES, E. V.; JÚNIOR, G. S. A.; LEME, J. R. **Estudo do dimensionamento do coxim do motor de um caminhão**. Associação Educacional Dom Bosco. AEDB. Resende - RJ. 2015.
- BECKER, T. **Desenvolvimento de uma mesa vibratória para estudos sobre vibração no corpo humano, medições em um grupo de motoristas e ajuste de um modelo biodinâmico**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia. UFRGS, Porto Alegre, 2006.
- BEER, Ferdinand P.; E. JOHNSTON, Russell Jr., DEWOLF, John T.; MAZUREK, David. F. **Mecânica dos Materiais**. 7ª ed. McGraw-Hill. 2015.
- BENTES, F. M. **Identificação do tipo de material por sistema de vibração em barra fixa-fixa**. Revista Tecnológica da Universidade Santa Úrsula - TEC-USU. Volume 2. Número 1. P. 130-138. JAN/JUN. Rio de Janeiro. 2019
- BOLINA, C. C et al. **Vibrações: as frequências naturais estimada e experimental de uma estrutura**. Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria (CNMAI). Caldas Novas - GO. 2014.
- BOROBIA, J. P. **Elemento de Máquinas y Vibraciones**. 3ª Ed. Argentina: McGraw-Hill, 2012.
- HOLANDA, S. M. S. **Aplicação da manutenção preditiva por análise de vibrações em equipamentos de trens urbanos com plano de manutenção proposto**. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica, na área de Materiais e Fabricação, PPGEM do Departamento de Engenharia Mecânica da UFPE. 2016.
- HUSTUN, Elaine; LIU, Denise disponível em <<http://www.class.uh.edu/Faculty/emliu/index.html>>. Último acesso em: 20 maio de 2013.
- INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 3. ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007.
- MACHADO, Flávia Gandra. **Estudo do comportamento de fundações submetidas a vibrações de máquinas**. Dissertação (mestrado em engenharia civil). UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2010.
- PALMER, K. T., et al. **Prevalence and pattern of occupational exposure to whole body vibration in Great Britain: findings from a national survey**. Occupational Environmental Medicine. 2000.
- RAO, Singiresu. **Vibrações Mecânicas**. São Paulo: Pearson. 2014. 424p.
- Varela, W.D. **Modelo teórico-experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios**. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2004.
- Silva, W.Q.; Vasconcelos, R.P. **Desenvolvimento de uma ferramenta numérica em linguagem Delphi via método dos elementos finitos para análise de estruturas de placa submetidas a carregamentos dinâmicos**. Mecânica Computacional Vol. XXIX, págs. 1729-1746. Buenos Aires, Argentina, 15-18 Novembro, 2010.

SILVA, M. S. P. **Determinação da frequência natural de eixos rotativos**. 2012. 41 f. Trabalho de Graduação (Engenharia Mecânica). Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá. Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2012.